



เอกสารประกอบการค้นคว้า

วิชาสถิติเพื่อการวิจัย

Statistics for Research

ศักดิ์สิทธิ์ วัชรรัตน์

วิทยาลัยสารพัดช่างพิษณุโลก

สำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ

พ.ศ. 2552

เอกสารประกอบการค้นคว้า

วิชาสถิติเพื่อการวิจัย

Statistics for Research

โดย

ศักดิ์สิทธิ์ วัชรรัตน์

ครูชำนาญการพิเศษ

วิทยาลัยสารพัดช่างพิษณุโลก

สำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ

พ.ศ. 2552

คำนำ

การวิจัยพัฒนาชุดโปรแกรมช่วยวิเคราะห์ข้อมูลงานวิจัยทางการศึกษานี้ จะประกอบด้วยชุดของเอกสารประกอบการค้นคว้าจำนวน 3 วิชา คือ วิชาสถิติเพื่อภา รัวิจัย วิชาการวิจัยการศึกษาและวิจัยในชั้นเรียน และวิชาการวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ และนวัตกรรม 1 ชุด คือ ชุดโปรแกรมช่วยวิเคราะห์ข้อมูลงานวิจัยทางการศึกษา จำนวน 23 โปรแกรมย่อย ที่พัฒนาขึ้นมาจากการใช้โปรแกรมประยุกต์ของ Microsoft Excel 2007 (ลิขสิทธิ์) โดยจัดทำเป็นแฟ้ม Microsoft Excel 2007 และ 2003 บนโปรแกรมระบบปฏิบัติการ Microsoft Windows XP (ลิขสิทธิ์)

ข้าพเจ้าในฐานะครูผู้สอนที่ปฏิบัติหน้าที่การสอนมาเป็นระยะเวลาจนถึง 29 ปี จึงได้นำเอาความรู้ ความสามารถ ทักษะและประสบการณ์การสอน การศึกษาค้นคว้าหาความรู้ ทฤษฎีการเรียนรู้ และวิธีการใหม่ ๆ ที่ได้ ประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนรู้ และการแก้ปัญหาเพื่อผู้เรียนเป็นสำคัญ โดยได้บูรณาการวิชาสถิติ วิชาการวิจัย วิชาการศึกษา และวิชาคอมพิวเตอร์ มาพัฒนาชุดโปรแกรมช่วยวิเคราะห์ข้อมูลงาน วิจัยทางการศึกษาในครั้งนี้ เพื่อให้ผู้เรียน ครู และผู้ที่สนใจสามารถเลือกและนำมาใช้เป็นเครื่องมือช่วยในการวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติทางการศึกษาหรือนำไปปรับประยุกต์ใช้กับสถิติสาขาอื่น ๆ ได้อย่างง่ายดายและสะดวกรวดเร็ว ช่วยแก้ปัญหาในการวิเคราะห์ทางสถิติ และการใช้โปรแกรมสถิติที่ยุ่งยากหรือมีความเข้าใจที่ยาก ทั้งยังช่วยกระตุ้นส่งเสริม และสนับสนุนให้การวิจัยทางการศึกษาหรือสาขาอื่น ๆ ขยายตัวออกไปอย่างกว้างขวางมากยิ่งขึ้น อันจะเป็นแนวทางหนึ่งที่จะช่วยในการวิจัยแก้ปัญหาทางการศึกษาและสาขาอื่น ๆ ของชุมชน และสังคมโดยรวม รวมทั้งช่วยขจัดปัญหาในเรื่องลิขสิทธิ์ของโปรแกรม ทางสถิติบางโปรแกรม และช่วยลดค่าใช้จ่ายที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์ข้อมูลที่มีราคาค่อนข้างแพง ซึ่งหวังว่าจะช่วยสร้างหรือทำให้เกิดนักวิจัยหน้าใหม่ ๆ ในประเทศขึ้นมามากขึ้นพร้อมที่จะช่วยกันแก้ไขปัญหาและพัฒนาประเทศไทยให้ประชาชนอยู่ดีมีสุขกันถ้วนหน้า

ท้ายนี้ ขอขอบพระคุณครูบาอาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ ทั้งขอขอบคุณและขออนุญาตผู้เขียนหนังสือและเอกสารทุก ๆ ท่านที่ข้าพเจ้าได้รวบรวมเรียบเรียงและได้นำข้อความรูปภาพบางส่วนมาประกอบในเอกสารค้นคว้าเหล่านี้ สำหรับส่วนดีที่มีคุณค่าทั้งหลายที่เกิดขึ้น ขออุทิศส่วนกุศลให้กับคุณบิดามารดา เจ้ากรรมนายเวร เทพเจ้าทั้งหลาย พระยายมราช ญาติพี่น้อง เพื่อสนิทมิตรสหาย ทั้งที่มีชีวิตและที่ล่วงลับไปแล้ว หากชุดโปรแกรมดังกล่าวมีข้อผิดพลาดประการใด กรุณาแจ้งมาทางอีเมลดังกล่าว เพื่อจะได้พัฒนาปรับปรุงแก้ไขให้ถูกต้องและมีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น ไปจักขอบคุณเป็นอย่างยิ่ง

ศักดิ์สิทธิ์ วัชรารัตน์

สิงหาคม 2552

สารบัญ

	หน้า
1. ความหมายของสถิติ	1
2. ประเภทของสถิติ	1
3. ความหมายมาตรการวัด	2
4. ตัวแปร	4
5. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง	4
5.1 วิธีการสุ่มตัวอย่าง	4
5.2 การคำนวณขนาดกลุ่มตัวอย่าง	5
6. การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง	9
7. การแจกแจงรูปแบบต่าง ๆ	10
8. สัมประสิทธิ์ของการกระจาย (The Coefficient of Variation)	11
9. สถิติเชิงอนุมาน	11
9.1 การประมาณค่าพารามิเตอร์ (Estimation of Parameters)	12
9.2 การทดสอบสมมติฐาน (Hypothesis Testing)	14
9.3 การทดสอบสมมติฐานทางสถิติที่เกี่ยวกับค่าเฉลี่ย	17
9.4 การทดสอบสมมติฐานทางสถิติสำหรับข้อมูลที่อยู่ในรูปความถี่	30
9.5 การวิเคราะห์ความถดถอยและสหสัมพันธ์ (Regression Analysis and Correlation)	32
9.6 สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์สเปียร์แมน (The Spearman Rank Difference Method)	49

สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 1 การทดสอบสมมติฐาน และความผิดพลาด	15
ตารางที่ 2 การคำนวณของ CRD ANOVA	24
ตารางที่ 3 การคำนวณของ ANOVA	26
ตารางที่ 4 การทดสอบความแปรปรวนของ ANOVA	37
ตารางที่ 5 การทดสอบความแปรปรวนของ ANOVA	42
ตารางที่ 6 การทดสอบความแปรปรวน ANOVA ด้วย Partial F Test กรณีมีตัวแปรอิสระ เพียง 3 ตัว 49	
ตารางที่ 7 สรุปการตั้งค่าสมมติฐาน เขตวิกฤต และการใช้สูตรการทดสอบในกรณีต่าง ๆ	50

สารบัญรูปภาพ

	หน้า
ภาพที่ 1 ตำแหน่งของมัชฌิมเลขคณิต มัชฌิมฐานและฐานนิยมในการแจกแจงแบบต่าง ๆ	10
ภาพที่ 2 ค่าประมาณแบบเป็นช่วงของ θ	12
ภาพที่ 3 การตั้งสมมติฐานหลักหรือสมมติฐานว่าง และสมมติฐานทางเลือกหรือสมมติฐานแย้ง	14
ภาพที่ 4 ความผิดพลาด 2 ลักษณะที่เกิดขึ้น	15
ภาพที่ 5 การทดสอบสมมติฐานแบบทางเดียว	16
ภาพที่ 6 การทดสอบสมมติฐานแบบสองทาง	16
ภาพที่ 7 ช่วงความเชื่อมั่นของ μ อาศัยการแจกแจงแบบ t	18
ภาพที่ 8 การทดสอบสมมติฐานค่าความแปรปรวนแบบทางเดียวข้างขวา	21
ภาพที่ 9 การทดสอบสมมติฐานค่าความแปรปรวนแบบทางเดียวข้างซ้าย	22
ภาพที่ 10 การทดสอบสมมติฐานค่าความแปรปรวนแบบสองทาง	22
ภาพที่ 11 แผนภาพการกระจายแสดงลักษณะความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร X และตัวแปร Y	33
ภาพที่ 12 สมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย	33
ภาพที่ 13 ความคลาดเคลื่อนสุ่มของการประมาณ Y	34
ภาพที่ 14 ขนาดต่าง ๆ ของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์	39

วิชาสถิติเพื่อการวิจัย

1. ความหมายของสถิติ

ในการวิจัยการศึกษานั้น เมื่อผู้วิจัยได้ค้นคว้าเก็บรวบรวมข้อมูลมาแล้ว จำเป็นที่จะต้องนำข้อมูลนั้นมาวิเคราะห์ และแปลความหมายจากข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาได้ ซึ่งตรงนี้เองที่ “สถิติ” จะเข้ามามีบทบาทในการวิจัย สถิติจะเข้ามาช่วยในการจัดการกับข้อมูลที่มีอยู่อย่างกระจัดกระจายมา รวบรวมไว้เป็นหมวดหมู่ โดยใช้วิธีการต่าง ๆ เช่น การแจกแจงความถี่ การหาร้อยละ เป็นต้น ตลอดจนจนถึงช่วยให้ทราบเกี่ยวกับคุณลักษณะต่าง ๆ ของข้อมูล เช่น การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง การวัดการกระจายของข้อมูล เป็นต้น

ถ้าหากข้อมูลมีจำนวนมาก ก็อาจจะใช้คอมพิวเตอร์เข้ามาช่วยในการจัดหมวดหมู่ และวิเคราะห์แปลผลได้อย่างรวดเร็ว ดังนั้นสถิติ จึงมีความเกี่ยวข้องกับการวิจัย จนแทบจะแยกกันไม่ออก นอกจากนี้ยังมีบทบาทในการนำเสนอในรายงานการวิจัย เช่น การจัดทำตาราง การสร้างเส้นภาพ แผนภูมิต่าง ๆ ซึ่งต้องใช้สถิติเข้ามาช่วย

จะเห็นได้ว่า วิจัยและสถิติ ย่อมจะเกี่ยวข้องสัมพันธ์ ดังนั้นในการทำวิจัยผู้ทำวิจัยจึงควรมีความรู้เรื่องสถิติด้วย ถ้าผู้วิจัยไม่มีความรู้เรื่องสถิติ ก็อาจจะหาผู้ร่วมวิจัยที่มีความรู้เรื่องสถิติเข้ามาช่วยวิจัยด้วยก็ได้

มีผู้อธิบายความหมายของคำว่า สถิติ (Statistics) ไว้หลายประการ เช่น

คำว่า สถิติ (Statistics) มาจากภาษาเยอรมันว่า Statistik มีรากศัพท์มาจาก Stat หมายถึง ข้อมูล หรือสารสนเทศ ซึ่งจะอำนวยความสะดวกต่อการบริหารประเทศในด้านต่าง ๆ เช่น การทำสำมะโนครัว เพื่อจะทราบจำนวนพลเมืองในประเทศทั้งหมด ในสมัยต่อมา คำว่า สถิติ ได้หมายถึง ตัวเลขหรือข้อมูลที่ไดจากการเก็บรวบรวม เช่น จำนวนผู้ประสบอุบัติเหตุบนท้องถนน อัตราการเกิดของเด็กทารก ปริมาณน้ำฝนในแต่ละปี เป็นต้น สถิติในความหมายที่กล่าวมานี้เรียกอีกอย่างหนึ่งว่า ข้อมูลทางสถิติ (Statistical data)

อีกความหมายหนึ่ง สถิติหมายถึง วิธีการที่ว่าด้วยการเก็บรวบรวมข้อมูล การนำเสนอข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล และการตีความหมายข้อมูล สถิติในความหมายนี้เป็นทั้งวิทยาศาสตร์และศิลปศาสตร์ เรียกว่า สถิติศาสตร์

2. ประเภทของสถิติ

สถิติแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. สถิติพรรณนา (Descriptive Statistics) เป็นสถิติที่ใช้อธิบายคุณลักษณะต่าง ๆ ของสิ่งที่ต้องการศึกษาในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง วิธีการทางสถิติที่อยู่ในประเภทนี้ เช่น

- การจัดกระทำกับข้อมูลโดยนำเสนอในรูปของตารางหรือรูปภาพ
- การแปลงคะแนนให้อยู่ในรูปแบบอื่น ๆ เช่น เปอร์เซ็นไทล์ คะแนนมาตรฐาน ฯ
- การคำนวณค่าเฉลี่ยหรือการกระจายของข้อมูล เช่น มัชฌิมเลขคณิต มัชฌิม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน พิสัย ฯ

2. สถิติอ้างอิงหรือสถิติเชิงอนุมาน (Inferential Statistics) เป็นสถิติที่ใช้อธิบายคุณลักษณะของสิ่งที่ต้องการศึกษาในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง แล้วสามารถอ้างอิงไปยังกลุ่มอื่น ๆ ได้ โดยกลุ่มที่นำมาศึกษาจะต้องเป็นตัวแทนที่ดีของประชากร ตัวแทนที่ดีของประชากรได้มาโดยวิธีการสุ่มตัวอย่าง และตัวแทนที่ดีของประชากรจะเรียกว่า “กลุ่มตัวอย่าง” สถิติอ้างอิงสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภทย่อย คือ

2.1 สถิติมีพารามิเตอร์ (Parametric Statistics) เป็นวิธีการทางสถิติที่จะต้องเป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้น 3 ประการ ดังนี้

- ตัวแปรที่ต้องการวัดจะต้องอยู่ในมาตราการวัดระดับช่วงขึ้นไป (interval scale)
- ข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้จากกลุ่มตัวอย่างจะต้องมีการแจกแจงเป็น โค้งปกติ
- กลุ่มประชากรแต่ละกลุ่มที่นำมาศึกษาจะต้องมีความแปรปรวนเท่ากัน

สถิติมีพารามิเตอร์ เช่น t-test, ANOVA, Regression Analysis ฯ

2.2 สถิติไร้พารามิเตอร์ (Nonparametric Statistics) เป็นวิธีการทางสถิติที่ไม่มีข้อจำกัดใด ๆ นั้น ก็คือ

- ตัวแปรที่ต้องการวัดอยู่ในมาตราการวัดระดับใดก็ได้ (nominal scale, ordinal scale, interval scale, ratio scale)
- ข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้จากกลุ่มตัวอย่างมีการแจกแจงแบบใดก็ได้ (free distribution)
- กลุ่มประชากรแต่ละกลุ่มที่นำมาศึกษาไม่จำเป็นต้องมีความแปรปรวนเท่ากัน

สถิติไร้พารามิเตอร์ เช่น ไคสแควร์, Median test, Sign test ฯ

โดยปกติแล้วนักวิจัยมักนิยมใช้สถิติมีพารามิเตอร์ทั้งนี้เพราะผลลัพธ์ที่ได้จากการใช้สถิติมีพารามิเตอร์มีอำนาจการทดสอบ (power of test) สูงกว่าการใช้สถิติไร้พารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อข้อมูลมีคุณสมบัติที่สอดคล้องกับข้อตกลงเบื้องต้นสามประการในการใช้สถิติมีพารามิเตอร์ จึงไม่มีผู้ใดคิดที่จะใช้สถิติไร้พารามิเตอร์ในการทดสอบสมมติฐาน

3. ความหมายมาตราการวัด

การวัดเป็นการกำหนดตัวเลขให้กับสิ่งที่ต้องการศึกษาภายใต้กฎเกณฑ์ที่แน่นอน ผู้วิจัยจำเป็นต้องทราบคุณลักษณะของข้อมูลที่ถูกวัด เพื่อใช้ในการพิจารณาว่าจะเลือกใช้วิธีการทางสถิติใดจึงจะเหมาะสม ดังนั้นจึงควรทราบว่าข้อมูลที่ถูกวัดมานั้นอยู่ในมาตราการวัดระดับใด ซึ่งมาตราการวัดแบ่งออกเป็น 4 ระดับคือ

ระดับที่ 1 มาตราการวัดระดับนามบัญญัติ (Nominal Scale) เป็นระดับที่ใช้จำแนกความแตกต่างของสิ่งที่ต้องการวัดออกเป็นกลุ่ม ๆ โดยใช้ตัวเลข เช่น ตัวแปรเพศ แบ่งออกเป็นกลุ่มเพศชายและกลุ่มเพศหญิง ในการกำหนดตัวเลขอาจจะใช้เลข 1 แทนเพศชาย และเลข 2 แทนเพศหญิง ตัวแปรระดับการศึกษา แบ่งออกเป็นกลุ่มที่มีการศึกษาค่าว่าปริญญาตรี อาจจะแทนด้วยเลข 1 กลุ่มที่มีการศึกษาระดับปริญญาตรี อาจจะแทนด้วยเลข 2 และกลุ่มที่มีการศึกษาสูงกว่าระดับปริญญาตรี อาจจะแทนด้วยเลข 3 เป็นต้น ตัวเลข 1 หรือ 2 หรือ 3 ที่ใช้แทนกลุ่มต่าง ๆ นั้น ถือเป็นตัวเลขในระดับนามบัญญัติไม่สามารถนำมาบวก ลบ คูณ หหาร หรือหาสัดส่วนได้

ระดับที่ 2 มาตราการวัดระดับเรียงอันดับ (Ordinal Scales) เป็นระดับที่ใช้สำหรับจัดอันดับที่หรือตำแหน่งของสิ่งที่ต้องการวัด ตัวเลขในมาตราการวัดระดับนี้เป็นตัวเลขที่บอกความหมายในลักษณะมาก-น้อย สูง-ต่ำ เก่ง-อ่อน กว่ากัน เช่น ค.ช.ดำสอบได้ที่ 1 ค.ช.แดงสอบได้ที่ 2 ค.ญ.เขียวสอบได้ที่ 3 หรือ การประกวดร้องเพลง นางสาวเขียวได้รางวัลที่ 1 นางสาวชมพูได้รางวัลที่ 2 นางสาวเหลืองได้รางวัลที่ 3 เป็นต้น ตัวเลขอันดับที่แตกต่างกันไม่สามารถบ่งบอกถึงปริมาณความแตกต่างได้ เช่น ไม่สามารถบอกได้ว่าผู้ที่ประกวดร้องเพลงได้รางวัลที่ 1 มีความเก่งมากกว่าผู้ที่ได้รางวัลที่ 2 ในปริมาณเท่าใด ตัวเลขในระดับนี้สามารถนำมาบวกหรือลบ กัน ได้

ระดับที่ 3 มาตราการวัดระดับช่วง (Interval Scale) เป็นระดับที่สามารถกำหนดค่าตัวเลขโดยมีช่วงห่างระหว่างตัวเลขเท่า ๆ กัน สามารถนำตัวเลขมาเปรียบเทียบกันได้ว่าว่ามีปริมาณมากน้อยเท่าใด แต่ไม่สามารถบอกได้ว่าเป็นกี่เท่าของกันและกัน เพราะมาตราการวัดระดับนี้ไม่มี 0 (ศูนย์) แท้ มีแต่ 0 (ศูนย์) สมมติ เช่น นายวิชัยสอบได้ 0 คะแนน มิได้หมายความว่าเขาไม่มีความรู้เพียงแต่เขาไม่สามารถทำข้อสอบซึ่งเป็นตัวแทนของความรู้ทั้งหมดได้ หรือ อุณหภูมิ 0 องศา มิได้หมายความว่า จะไม่มีความร้อน เพียงแต่มีความร้อนเป็น 0 องศาเท่านั้น จุดที่ไม่มีความร้อนอยู่เลยก็คือที่ -273 องศา ดังนั้นอุณหภูมิ 40 องศาจึงไม่สามารถบอกได้ว่ามีความร้อนเป็น 2 เท่าของอุณหภูมิ 20 องศา เป็นต้น ตัวเลขในระดับนี้สามารถนำมาบวก ลบ คูณ หรือหารกันได้

ระดับที่ 4 มาตราการวัดระดับอัตราส่วน (Ratio Scale) เป็นระดับที่สามารถกำหนดค่าตัวเลขให้กับสิ่งที่ต้องการวัด มี 0 (ศูนย์) แท้ เช่น น้ำหนัก ความสูง อายุ เป็นต้น ระดับนี้สามารถนำตัวเลขมาบวก ลบ คูณ หหาร หรือหาอัตราส่วนกันได้ คือสามารถบอกได้ว่า ถนนสายหนึ่งยาว 50 กิโลเมตร ยาวเป็น 2 เท่าของถนนอีกสายหนึ่งที่ยาวเพียง 25 กิโลเมตร

ดังนั้น ผู้วิจัยจึงต้องมีความรู้ในเรื่องของมาตราการวัดระดับต่าง ๆ เป็นอย่างดี เพื่อใช้ในการวินิจฉัยตัวแปรในงานวิจัยว่าอยู่ในมาตราการวัดระดับใด เพื่อประโยชน์ในการเลือกใช้วิธีการทางสถิติให้มีความถูกต้องเหมาะสม

4. ตัวแปร

ตัวแปร (Variable) หมายถึง สิ่งที่มีค่าแตกต่างกันไป ไม่คงที่ เช่น เพศ มีเพศชาย เพศหญิง อายุ นักศึกษา ฯลฯ ตัวแปรในทางสถิติ แบ่งเป็น 2 ชนิดตามลักษณะของตัวแปร ดังนี้

1. ตัวแปรต่อเนื่อง (Continuous data) คือ ตัวแปรที่มีค่าต่าง ๆ ต่อเนื่องกันทุกค่า เช่น น้ำหนัก อายุ ความสูง เป็นต้น
2. ตัวแปรไม่ต่อเนื่อง (Discrete data or Categorical data) คือ ตัวแปรที่มีค่าต่าง ๆ แยกจากกันโดยเด็ดขาด เช่น เพศ สอบได้-สอบตก ฯลฯ

5. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ในงานวิจัยโดยมาก ค่าของการวัดจะได้มาจากกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งมาจากประชากรที่มีขนาดใหญ่

ประชากร คือ กลุ่มของการวัดทั้งหมดที่สนใจศึกษา

ตัวอย่าง คือ สับเซตของการวัดที่มาจากประชากรที่สนใจศึกษา

ในความเป็นจริงแล้วเราสนใจจะศึกษาประชากรทั้งหมด แต่เป็นการยากหรือเป็นไปได้ที่จะวัด มันเป็นเพียงความฝันที่จะพยายาม เก็บข้อมูลทุก ๆ คน ได้ ดังนั้นเราจึงพยายามที่จะอธิบายหรือทำนายพฤติกรรมของประชากร โดยอ้างอิงจากกลุ่มตัวอย่างที่สุ่มมาจากประชากร

การสุ่มตัวอย่าง (Sampling) เป็นกระบวนการที่เป็นระบบในการสุ่มหน่วยตัวอย่างมาจากประชากรที่สนใจศึกษา ถ้าเป็นการวิจัยเชิงสำรวจ จะเป็นการสุ่มบุคคลเพื่อตอบแบบสอบถาม ถ้าเป็นการวิจัยเอกสาร จะเป็นการสุ่มเอกสารหรือเนื้อหาวิเคราะห์

5.1 วิธีการสุ่มตัวอย่าง

หลักการสุ่มตัวอย่าง เพื่อให้เป็นตัวแทนที่ดีของประชากร มีอยู่ 5 วิธีดังต่อไปนี้

1. การสุ่มตัวอย่างอย่างง่าย (Simple random sampling) เป็นการสุ่มตัวอย่างที่เปิดโอกาสให้แต่ละตัวอย่างมีโอกาสถูกเลือกเท่าๆกันนั้นแสดงว่า ลักษณะของประชากรมีการกระจายกันคืออยู่แล้ว การที่จะสุ่มโดยปกติก็จะได้ตัวแทนของประชากรอยู่แล้ว ตัวอย่างเช่น ต้องการศึกษาทัศนคติต่อมหาวิทยาลัยของนักศึกษากลุ่มวิชาเทคโนโลยีการเกษตร จากพื้นฐานที่ เชื่อว่านักศึกษากลุ่มวิชาเทคโนโลยีการเกษตรน่าจะมีทัศนคติต่อมหาวิทยาลัยเหมือน ๆ กัน ดังนั้นการสุ่มตัวอย่างง่ายก็อาจจะกระทำได้เหมาะสมเพราะเพียงแต่ให้โอกาสในการสุ่มแต่ละครั้ง จากนักศึกษากลุ่มวิชาเทคโนโลยีการเกษตรให้มีโอกาสถูกสุ่มเท่าๆกันโดยทั่วไปจะใช้วิธีจับฉลาก หรือใช้ตารางเลขสุ่ม

2. การสุ่มตัวอย่างแบบมีระบบ (Systematic random sampling) ใช้ในกรณีกลุ่มประชากรที่จะทำการสุ่ม ได้ถูกจัดไว้เป็นระบบอยู่แล้ว เช่น เรียงตามรหัสนักศึกษา เรียงลำดับตามบัญชีรายชื่อในการเลือกตั้ง หรือ ครัวเรือนตามบ้านเลขที่ เราสามารถจัดระบบโดยนำทุกๆลำดับที่ 5 หรือ 10 มาเป็นตัวอย่าง โดยพื้นฐานความเชื่อที่ว่าประชากรคละกันอยู่ในระบบที่ถูกจัดไว้ อยู่แล้ว

3. การสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) การสุ่มตัวอย่างจากแต่ละกลุ่ม เพราะเชื่อว่าแต่ละกลุ่มเป็นตัวแทนของประชากรอยู่แล้ว เช่น จะสุ่มตัวอย่างเพื่อจะศึกษาการใช้จักรยานในมหาวิทยาลัย ถ้าแบ่งกลุ่มนักศึกษาออกไปตามหอพักก็พอจะเชื่อได้ว่านักศึกษาในแต่ละหอน่าจะเป็นตัวแทนของประชากรได้โดยตรงอยู่แล้ว แต่แบ่งออกเป็นกลุ่มเพื่อให้กระจายจำนวนตัวอย่างออกไป

4. การสุ่มตัวอย่างแบบแบ่งชั้น (Stratify random sampling) การแบ่งกลุ่มตัวอย่างโดยแบ่งออกเป็นชั้น (strata) เสียก่อนเพราะมีความเชื่อว่าประชากรมีความแตกต่างกันมากตามตัวแปรคุณลักษณะ ได้แก่ เพศ ระดับชั้นเรียน ระดับการศึกษา ศาสนา ฯลฯ ดังนั้นการแยกตัวแปรเหล่านี้ ออกมาเป็นชั้นเพื่อกระจายให้ตัวอย่างที่ได้รับเลือกมีโอกาสเป็นตัวแทนของทุกชั้นที่ดียิ่งขึ้น

5 การสุ่มตัวอย่างแบบหลายขั้น (Multi-stage random sampling) เป็นการนำเอาวิธีการสุ่มตัวอย่างทุกแบบมาประยุกต์ใช้โดยแบ่งการสุ่มตัวอย่างออกเป็นหลายขั้นตอน เช่น การศึกษารูปแบบการพัฒนาชุมชนของประเทศไทยจากหมู่บ้านตัวอย่าง

ขั้นตอนที่ 1 การสุ่มตัวอย่างแบบแบ่งชั้น สุ่มจังหวัดในประเทศไทยมาจากชั้นที่เป็นภาคภูมิศาสตร์ อันได้แก่ ภาคกลาง ภาคเหนือ ภาคใต้ ภาคตะวันออกเฉียงใต้ และภาคตะวันออก เพราะเชื่อว่าเรื่องที่ต้องการศึกษาน่าจะมีรูปแบบในการพัฒนาแตกต่างกันไปตามตัวแปรภูมิภาค จึงแบ่งชั้นเพื่อให้กลุ่มตัวอย่างเป็นตัวแทนจากทุกภาค

ขั้นตอนที่ 2 การสุ่มตัวอย่างอย่างง่าย หลังจากได้จังหวัดที่เป็นตัวแทนของทุกภาคของประเทศไทยแล้ว ทำการสุ่มอำเภอโดยให้ทุกอำเภอในจังหวัดตัวอย่างมีโอกาสถูกเลือกโดยเท่าเทียมกัน เพราะเชื่อว่า ไม่ว่าอำเภอใดในจังหวัดตัวอย่างก็เป็นตัวแทนของจังหวัดนั้นๆ เท่าเทียมกัน

ขั้นตอนที่ 3 การสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม เมื่อได้อำเภอตัวอย่างแล้ว ใช้อำเภอเป็นกลุ่ม (cluster) เพื่อกำหนดการเลือกตำบลมาเป็นตัวอย่างตามสัดส่วนจำนวนตำบลในแต่ละอำเภอโดยวิธีการนี้เราก็จะได้ตำบลที่เป็นตัวแทนจากทุกอำเภอ

ขั้นตอนที่ 4 การสุ่มตัวอย่างแบบมีระบบ เพื่อให้ได้ตัวแทนหมู่บ้านที่กระจายทุกตำบล ใช้เลขที่ของหมู่บ้าน มาเป็นการเลือกหมู่บ้านตัวอย่าง เช่น ใช้หมู่บ้านที่เป็น เลขคี่ มาเป็นตัวอย่าง เป็นต้น

ในการสุ่มตัวอย่างแบบหลายขั้นไม่จำเป็นจะต้องใช้การสุ่มตัวอย่างทุกวิธีเพียงแต่หมายความว่า ใช้วิธีการสุ่มเป็นขั้นหลายครั้งตั้งแต่ 2 ขั้นขึ้นไป และในแต่ละขั้นจะใช้วิธีการสุ่มแบบใด ๆ ก็ได้

5.2 การคำนวณขนาดกลุ่มตัวอย่าง

สำหรับสูตรการคำนวณขนาดของกลุ่มตัวอย่างมีหลากหลายวิธี ดังนี้

1. การกำหนดขนาดของกลุ่มตัวอย่างโดยใช้เกณฑ์ ร้อยละ เป็นวิธีการที่ง่ายวิธีหนึ่ง โดยที่จะต้องทราบจำนวนประชากรที่ค่อนข้างแน่นอนก่อน แล้วคำนวณจำนวนกลุ่มตัวอย่างจากเกณฑ์ด้านล่างนี้

ประชากร	กลุ่มตัวอย่าง
หลักร้อย	15-30 %
หลักพัน	10-15 %
หลักหมื่น	5-10 %

2. การคำนวณขนาดกลุ่มตัวอย่าง จากจำนวนประชากร ของยามานะ (Yamané', อ้างถึงในประคอง, 2542: 10-12 และธานินทร์, 2551: 45-47) .ใช้สูตรดังนี้

$$n = \frac{N}{1 + N(e)^2}$$

เมื่อ n แทน ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

N แทน ขนาดของประชากร

e แทน ความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้ของกลุ่มตัวอย่าง มีค่าเท่ากับ .05

3. การกำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่างจากจำนวนประชากร ของ Krejcie และ Morgan เป็นการคำนวณจากตารางตั้งแต่จำนวนประชากร 10 – 100,000 ราย (Robert V. Krejcie and Earyle W. Morgan, 1970: 608-609 อ้างถึงในธานินทร์, 2551: 48-49)

4. การกำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่างจากกรณีการวิจัยเชิงสำรวจ โดยใช้แบบสอบถามแบบ 5 ระดับ การวิจัยเชิงสำรวจ (survey research) คือ การวิจัยที่ต้องสุ่มตัวอย่างจำนวนหนึ่งจากประชากรเป้าหมาย และสรุปผลจากข้อมูลที่ได้จากกลุ่มตัวอย่าง การวิจัยลักษณะนี้มักใช้เทคนิคการประมาณค่า ซึ่งมุ่งประมาณค่าพารามิเตอร์ให้ถูกต้องมากที่สุด โดยให้ขอบเขตความคลาดเคลื่อน (error bound: B) มีขนาดเล็กและให้ตัวประกอบอื่น ๆ ในสูตรการคำนวณมีค่าคงที่ ส่งผลให้กลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ดังนี้ (ระพีพันธ์, 2549: 67-68)

$$n_{95\%} = \frac{(1.96)^2 \sigma_x^2}{B^2} \dots\dots\dots(1)$$

$$n_{99\%} = \frac{(2.576)^2 \sigma_x^2}{B^2} \dots\dots\dots(2)$$

$$|\bar{x} - \mu| \leq B \dots\dots\dots(3)$$

5. การกำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่างกรณีการวิจัยเชิงสำรวจ โดยใช้การประมาณค่า P (สัดส่วนประชากร) การประมาณค่า P (สัดส่วนประชากร) เช่น การสำรวจ หรือการหั่งเสียงความนิยมในตัวผู้สมัครตัวแทนครุว่าเป็นสัดส่วนหรือร้อยละเท่าใด โดยมีค่า B คือ ขอบเขตความคลาดเคลื่อนที่ค่า P จากกลุ่มตัวอย่างจะแตกต่างจากค่า P ซึ่งเป็นค่าพารามิเตอร์ ถ้าให้ค่า B = 0 หมายความว่าไม่มีความคลาดเคลื่อน กลุ่มตัวอย่างจะเท่ากับขนาดของประชากร ถ้าให้ค่า B = 1

แสดงว่าให้มีความคลาดเคลื่อนได้สูงสุด คือไม่มีโอกาสประมาณค่า P ได้ถูกต้องเลย โดยทั่วไปควรมีค่า B ระหว่าง 0.01 - 0.10 ใช้สูตรดังนี้ (ระพินทร์, 2549: 67-69)

$$n = \frac{(1.96)^2 \sigma_x^2}{B^2} \dots\dots\dots(1)$$

$$\sigma_x^2 = pq = 0.25 \dots\dots\dots(2)$$

$$\therefore n_{95\%} = \frac{(1.96)^2 (0.25)}{B^2} \dots\dots\dots(3)$$

$$\therefore n_{99\%} = \frac{(2.576)^2 (0.25)}{B^2} \dots\dots\dots(4)$$

6. การกำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่างกรณีทราบค่าจำนวนประชากรหรือจำนวนจำกัดที่นับได้ (finite population) และการยอมรับค่าความคลาดเคลื่อนที่จะเกิดขึ้นระหว่างร้อยละ 1 - 5 โดยใช้สูตรดังนี้ (ธานินทร์, 2551: 45-47)

$$n = \frac{N}{1 + N(e)^2}$$

เมื่อ n แทน จำนวนกลุ่มตัวอย่างที่ต้องการ

N แทน ขนาดของประชากรที่ต้องใช้ในการวิจัย

e แทน ค่าความคลาดเคลื่อนที่จะเกิดขึ้นระหว่างร้อยละ 1 - 5 ที่ยอมให้เกิดขึ้นได้

7. การกำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่างกรณีไม่ทราบจำนวนประชากรหรือไม่สามารถนับจำนวนได้ (Infinite Population) ใช้สูตรดังนี้ (ระพินทร์, 2549: 46)

$$n = \frac{p(1-p)z^2}{e^2}$$

เมื่อ n แทน จำนวนกลุ่มตัวอย่างที่ต้องการ

P แทน สัดส่วนของประชากรที่ผู้วิจัยต้องการจะสุ่ม ซึ่งสามารถนำค่าสถิติในอดีตมาใช้แทนได้

Z แทน ความมั่นใจที่ผู้วิจัยกำหนดไว้ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ เช่น 0.05 (มีค่าเท่ากับ 1.96) 0.01 (มีค่าเท่ากับ 2.58) เป็นต้น

e แทน สัดส่วนของความคลาดเคลื่อนที่ยอมให้เกิดขึ้นได้

8. การกำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่างกรณีการวิจัยทดลองหรือสหสัมพันธ์ การวิจัยเชิงทดลอง (experimental research) หรือการวิจัยเชิงสหสัมพันธ์ (correlational research) ที่มุ่งทดสอบสมมติฐาน เพื่อหาข้อสรุปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติว่าผลการวิจัยได้ผลหรือไม่ มีความสำคัญในระดับนำสู่การปฏิบัติได้มากน้อยเพียงใด (practical importance) การวิจัยลักษณะนี้จะใช้เทคนิคการทดสอบสมมติฐานและมุ่งทดสอบความมีนัยสำคัญของขนาดผลการทดลอง (ES: effect size) ที่ผู้วิจัยตั้งสมมติฐานได้ว่าเป็นผลการทดลองขนาดที่เหมาะสม มีความสำคัญในระดับปฏิบัติการที่ยอมรับได้ โดยเป็นการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งสามารถนำไปใช้คำนวณหาจำนวนตัวอย่างในกรณีการ

ทดสอบสมมติฐานทางสถิติด้วยค่าเฉลี่ยจากการทดสอบ Z หรือ t กรณีกลุ่มตัวอย่างเดี่ยว (one group or one sample Z-test/t-test) หรือการทดสอบ t กรณีกลุ่มตัวอย่างสัมพันธ์กัน (dependent group or paired samples t-test) เท่านั้น มีสูตรคำนวณ ดังนี้ (ระพินทร์, 2549: 70-72)

$$Z_\alpha \sigma_x + Z_\beta + \sigma_x = ES$$

$$\sigma_x (Z_\alpha + Z_\beta) = ES$$

$$\sqrt{n} = (Z_\alpha + Z_\beta)(\sigma_x / ES), (\sigma_x = \sigma_x / \sqrt{n})$$

$$n = (Z_\alpha + Z_\beta)^2 (\sigma_x / ES)^2 \dots\dots\dots(1)$$

$$n = (Z_{\alpha/2} + Z_\beta)^2 (\sigma_x / ES)^2 \dots\dots\dots(2)$$

สูตร (1) กรณีคำนวณหา n ทดสอบทางเดี่ยว

สูตร (2) กรณีคำนวณหา n ทดสอบสองหาง

9. การกำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่างกรณีวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดี่ยว ขนาดผลการทดลอง (ES) สำหรับการกำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่าง มีสูตรการคำนวณและมีขนาดต่าง ๆ (Cohen, 1969: 275-287 อ้างถึงในระพินทร์, 2549: 128-130) ดังนี้

$$ES = \frac{\sigma_m}{\sigma}$$

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{\sum (m_i - m)^2}{k}}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{pooled\ var}^2}$$

เมื่อ m_i แทน ค่าเฉลี่ยจากองค์ประกอบแต่ละระดับ

m แทน ค่าเฉลี่ยรวม

k แทน จำนวนระดับองค์ประกอบ

ES แต่ละขนาดมีค่า ดังนี้ ขนาดเล็ก ES = 0.10 ขนาดกลาง ES = 0.25 และขนาดใหญ่ ES = 0.40

ค่า ES ซึ่งคำนวณตามสูตรดังกล่าว เป็นค่าสัมบูรณ์โดยใช้ σ เป็นหน่วยวัด และมีความหมายดังนี้

ES = 0.10 หมายความว่า ในการทดลองเกิดผลการทดลองโดยค่าเฉลี่ยของแต่ละระดับองค์ประกอบ (1,2,...,k) แตกต่างไปจากค่าเฉลี่ยรวม (m) คิดเป็น 0.10σ หน่วย

(1) กลุ่มตัวอย่างมีขนาดเท่ากัน ต้องมีการกำหนดให้การทดลองมี power = 0.80, α = 0.05 และต้องการ ES = 0.40

(2) กลุ่มตัวอย่างมีขนาดไม่เท่ากัน ใช้วิธีเดียวกันกับแบบ (1) โดยให้ยึดจำนวนกลุ่มตัวอย่างรวมทั้งหมด (n_t) เป็นหลักและกระจายตัวอย่างไปในแต่ละระดับขององค์ประกอบโดยให้จำนวนรวมเท่ากับ n_t

10. การกำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่างกรณีวิเคราะห์ความแปรปรวนสองทาง การ
คำนวณหาขนาดกลุ่มตัวอย่างจาก df ของระดับองค์ประกอบแต่ละองค์ประกอบ ด้วยสูตรการ
คำนวณ ดังนี้ (Cohen,1969: 397 อ้างถึงในระพินทร์, 2549: 128-131)

$$n_{jk} = \frac{(n' - 1)(df + 1)}{R \times C} + 1$$

เมื่อ n_{jk} แทน ขนาดกลุ่มตัวอย่างในแต่ละเซลล์

n' แทน ขนาดกลุ่มตัวอย่างที่ได้จากตารางความแปรปรวนทางเดียว โดยมี
ES แต่ละขนาดมีค่า ดังนี้ ขนาดเล็ก ES = 0.10 ขนาดกลาง ES = 0.25 ขนาดใหญ่ ES = 0.40 และมี
การกำหนดให้การทดลองมี power = 0.80, $\alpha = 0.05$

11. การกำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่างกรณีทดสอบไคสแควร์แบบสัดส่วนและ
ความสัมพันธ์ ขนาดผลการทดลอง (ES) สำหรับการกำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่าง มีสูตรการคำนวณ
และมีขนาดต่าง ๆ ดังนี้ (Cohen, 1969: 216-225 อ้างถึงในระพินทร์, 2549: 159-160)

$$ES = \sqrt{\sum_j \sum_k \frac{(O - E)^2}{E}}$$

เมื่อ O แทน ค่าสังเกต

E แทน ค่าคาดหวัง

โดยมี ES แต่ละขนาดมีค่า ดังนี้ ขนาดเล็ก ES = 0.10 ขนาดกลาง ES = 0.30 ขนาด
ใหญ่ ES = 0.50

12. การกำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่างกรณีการวิเคราะห์ความถดถอยเชิงเส้นตรง สูตรการ
คำนวณหาขนาดกลุ่มตัวอย่าง กรณีการวิเคราะห์ความถดถอยเชิงเส้นตรง ดังนี้ (Cohen, 1969 อ้างถึง
ในระพินทร์, 2549: 202-204)

$$n = \frac{\lambda(1 - R^2)}{R^2} \dots\dots(1)$$

กรณีที่เห็นว่าจำนวนตัวอย่างที่คำนวณได้จากสูตร.....(1) ยังไม่เหมาะสม ก็สามารถ
คำนวณหาได้จากสูตร.....(2) จากนั้นจึงนำไปแทนค่าในสูตร.....(1) ดังนี้

$$\lambda = \lambda_L = \frac{(1/V_L) - (1/V)}{(1/V_L) - (1/V_U)} (\lambda_L - \lambda_U) \dots\dots(2)$$

มี $\alpha = .05$, $U = df$, $V = df_c = n - k - 1$, $k = U$

6. การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง

การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางเป็นการคำนวณหาค่าเฉลี่ยหรือค่ากึ่งกลางของข้อมูล จะ
กล่าวถึงค่าที่สำคัญ 3 ค่า ดังนี้

1. ค่ามัชฌิมเลขคณิต หรือค่าเฉลี่ย (Arithmetic Mean) เป็นการหาค่าเฉลี่ยที่ใช้กับตัวแปร
ระดับช่วงขึ้นไป โดยจะต้องนำข้อมูลทั้งหมดมารวมกันแล้วหารด้วยจำนวนข้อมูล

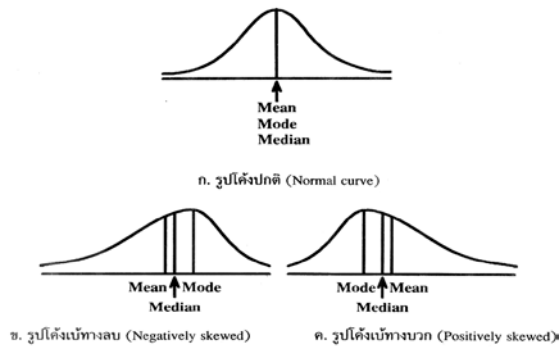
$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}$$

2. ค่ามัธยฐาน (Median) เป็นสถิติในการจัดอันดับข้อมูล การคำนวณอยู่บนพื้นฐานของข้อมูลที่อยู่ในมาตราจัดอันดับ ถ้าค่าที่ได้จากการวัดถูกเรียงจากน้อยไปหามากหรือจากมากไปหาน้อยแล้ว ค่ามัธยฐานคือค่าที่อยู่ตรงกลาง เท่ากับ $N/2$

3. ค่าฐานนิยม (Mode) เป็นค่าหรือชั้นที่มีความถี่สูงที่สุดเป็นสถิติระดับนามบัญญัติ การคำนวณไม่ได้ขึ้นอยู่กับค่าต่าง ๆ หรือการจัดอันดับแต่ดูที่ความถี่

โดยปกติจะใช้ มัชฌิมเลขคณิต (arithmetic mean) เป็นค่ากลางที่สื่อความเข้าใจง่าย และมีคุณสมบัติที่จะโยงไปสู่การอนุมานสถิติต่อไปได้ดี

ถ้าการแจกแจงความถี่เป็นแบบสมมาตร จุดมัชฌิมเลขคณิต มัชยฐานและฐานนิยมจะอยู่ที่จุดเดียวกัน ถ้าการแจกแจงเป็นแบบเบ้ จุดทั้ง 3 จุดจะไม่ใช่ว่าจุดเดียวกัน แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต มัชยฐานและฐานนิยม สำหรับการแจกแจงความถี่แบบเบ้บวก เราจะพบว่าค่ามัชฌิมเลขคณิตจะมากกว่ามัชยฐานและมากกว่าฐานนิยม ถ้าการแจกแจงเป็นเบ้ลบ ค่าที่ได้จะตรงกันข้าม ดังภาพ



ภาพที่ 1 ตำแหน่งของมัชฌิมเลขคณิต มัชยฐานและฐานนิยมในการแจกแจงแบบต่าง ๆ (ชูศรี, 2550: 42)

7. การแจกแจงรูปแบบต่าง ๆ

ในที่นี้จะกล่าวถึงความแตกต่างของการแจกแจงในลักษณะต่าง ๆ ซึ่งสิ่งที่สำคัญที่จะช่วยให้ทราบลักษณะของการแจกแจงมีอยู่ 4 ประการคือ ตำแหน่งกึ่งกลาง, ความแปรปรวน, ความเบ้และความโด่ง เมื่อเรทราบค่าทั้ง 4 แล้ว เราจะสามารถทราบลักษณะของการแจกแจงของข้อมูลได้

1. ตำแหน่งกึ่งกลาง เป็นการวัดค่าที่อยู่ตรงกลางของการแจกแจงในที่นี้คือค่าเฉลี่ย

2. ความแปรปรวนและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Variance and Standard Deviation) บอกขนาดของกลุ่ม ถ้าข้อมูลทั้งหมดมีค่าเข้าใกล้ค่าเฉลี่ย ความแปรปรวนจะมีค่าน้อยที่สุด การวัดการกระจายที่นิยมใช้กันมากคือความแปรปรวน (σ^2) ซึ่งมีความสัมพันธ์กับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (σ) ความเบี่ยงเบนของข้อมูลแต่ละตัวกับค่าเฉลี่ยนั้นจะมีค่าทั้งบวกและลบ ถ้านำข้อมูลเบี่ยงเบนนี้มาบวกกันจะได้เป็น 0

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \mu)^2}{N}$$
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \mu)^2}{N}}$$

3. ความเบ้ บอกความสมมาตรหรือไม่สมมาตรของการแจกแจงความถี่ ถ้าการแจกแจงไม่สมมาตรแล้ว ความถี่ส่วนใหญ่มีค่าต่ำและความถี่ส่วนน้อยมีค่าสูง การแจกแจงจะเป็นเบ้บวก (positively skewed) ในทางตรงกันข้าม ถ้าความถี่ส่วนใหญ่มีค่าสูงและความถี่ส่วนน้อยมีค่าต่ำ การแจกแจงความถี่จะเป็นเบ้ลบ (negatively skewed)

4. ความโด่ง บอกลักษณะของการแจกแจงว่าโด่งมากหรือโด่งน้อย ถ้าการแจกแจงหนึ่งมีปลายยอดสูงมากเราจะเรียกว่า Leptokurtic ถ้าปลายยอดต่ำเรียกว่า Platykurtic

8. สัมประสิทธิ์ของการกระจาย (The Coefficient of Variation)

ในการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างตั้งแต่ 2 กลุ่มขึ้นไป หรือตัวแปรตั้งแต่ 2 ตัวแปรขึ้นไป ในการเปรียบเทียบการกระจายของกลุ่มหรือตัวแปรก็เช่นเดียวกัน สามารถจะเปรียบเทียบได้อย่างถูกต้อง ตัวอย่างเช่น เรามีแบบทดสอบ 2 ฉบับ สำหรับประเมินผลช่วงเวลาในการจำ แบบทดสอบฉบับหนึ่งคำนวณได้ค่าเฉลี่ย 15 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 3.5 อีกฉบับหนึ่งคำนวณได้ค่าเฉลี่ย 75 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 10.5 แบบทดสอบฉบับไหน ที่ประเมินความสามารถในการจำได้ดีกว่ากัน ถ้ามองอย่างผิวเผินแล้ว อาจคิดว่าเป็นแบบทดสอบฉบับที่ 2 แต่ในความเป็นจริง เราจะต้องคำนวณค่าการกระจายตัวอื่น ๆ อีก

วิธีง่าย ๆ ในการเปรียบเทียบส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน จะใช้วิธีการวัดการกระจายที่ชื่อว่า สัมประสิทธิ์การกระจาย (Coefficient of Variation: CV) เป็นการนำเอาความเบี่ยงเบนมาตรฐานมาหารด้วยค่าเฉลี่ย ดังสูตร

$$CV = \frac{SD}{X}$$

จากตัวอย่างข้างต้น สำหรับแบบทดสอบฉบับแรกนั้น $CV = 3.5/15 = 0.233$ และแบบทดสอบชุดที่สอง $CV = 10.5/75 = 0.14$ จะเห็นได้ว่าแบบทดสอบฉบับแรกมีค่ามากกว่าฉบับที่สอง จึงมีแนวโน้มว่าจะเลือกใช้แบบทดสอบฉบับแรกมากกว่าฉบับที่สอง

9. สถิติเชิงอนุมาน

สถิติเชิงอนุมาน จะเกี่ยวข้องกับการสรุปผลเกี่ยวกับพารามิเตอร์ในประชากร โดยอาศัยการวิเคราะห์จากข้อมูลตัวอย่าง ซึ่งประกอบด้วย 2 ส่วน คือ

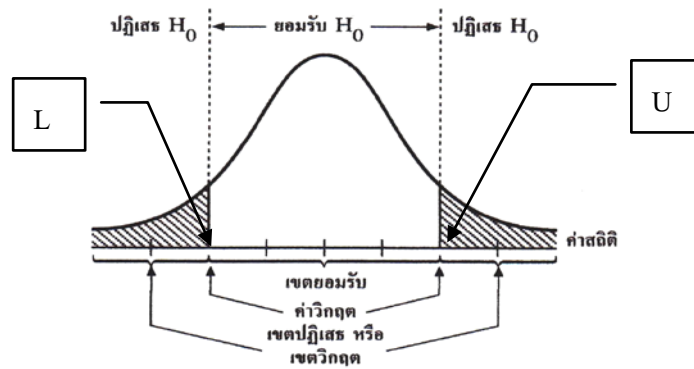
1. การประมาณค่าพารามิเตอร์ (Estimation of Parameters)
2. การทดสอบสมมติฐานทางสถิติ (Testing of Statistical Hypothesis)

9.1 การประมาณค่าพารามิเตอร์ (Estimation of Parameters)

การประมาณค่าพารามิเตอร์ในประชากรสามารถกระทำได้ใน 2 ลักษณะ คือ การหา
ค่าประมาณแบบค่าเดียว (point estimation) และการหาค่าประมาณแบบเป็นช่วง (interval
estimation)

การหาค่าประมาณแบบค่าเดียว เป็นการคำนวณค่าของตัวสถิติหนึ่งจากข้อมูลตัวอย่าง
และใช้ค่าที่คำนวณได้เป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์ เช่น การใช้ค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง (\bar{X}) เป็นตัว
ประมาณค่าเฉลี่ยของพารามิเตอร์ประชากร (μ) เป็นต้น

การหาค่าประมาณแบบเป็นช่วง เป็นการประมาณว่าค่าพารามิเตอร์หนึ่งค่าว่าจะมี
ค่าอยู่ระหว่างค่าสองค่า คือ L = ขอบเขตต่ำ (lower limit) และ U = ขอบเขตสูง (upper limit) สมมติ
ว่าพารามิเตอร์ที่ต้องการประมาณในประชากรหนึ่ง คือ θ ค่าประมาณแบบเป็นช่วงของ θ นี้ จะอยู่
ในช่วง $L \leq \theta \leq U$



ภาพที่ 2 ค่าประมาณแบบเป็นช่วงของ θ (ชูศรี, 2550: 127)

ค่า L และ U จะขึ้นกับพารามิเตอร์ที่ต้องการประมาณ ตัวประมาณที่ใช้ในการประมาณ
การแจกแจงของตัวประมาณและระดับความเชื่อมั่นที่ต้องการ สมมติว่าพารามิเตอร์ที่ต้องการ
ประมาณคือ ค่าเฉลี่ยประชากร (μ) โดยมีข้อสมมติว่าประชากรนี้มีการแจกแจงแบบปกติที่ทราบค่า
เบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น σ ด้วยความน่าจะเป็น .95 ซึ่งค่า $Z_{.025} = 1.96$ จะเขียนได้ว่า

$$P\left(\bar{X} - 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = .95$$

ซึ่งหมายความว่าช่วง $\bar{X} - 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ถึง $\bar{X} + 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ จะครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ μ
ด้วยความน่าจะเป็น .95 เรียกช่วงดังกล่าวนี้ว่า ช่วงความเชื่อมั่น 95 % ของ μ เมื่อประชากรมีการ
แจกแจงปกติและทราบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร (σ)

การเลือกตัวประมาณค่า

ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ เราต้องพิจารณาว่าจะใช้ค่าสถิติตัวใดเป็นหลักในการประมาณนั้น เช่นการประมาณค่าเฉลี่ยของประชากร ค่าสถิติที่แสดงถึงค่ากลางของข้อมูลมีหลายค่า เป็นต้นว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าฐานนิยม และค่ามัธยฐาน ดังนั้น เราจะต้องพิจารณาว่าควรจะเลือกตัวใด เป็นตัวประมาณได้ หรือในกรณีที่ต้องการประมาณค่าความแปรปรวนของประชากร เราควรจะเลือกสถิติตัวใดเป็นตัวประมาณที่ดีที่สุด ซึ่งจำเป็นต้องพิจารณาถึงคุณสมบัติต่าง ๆ ที่สำคัญได้ดังนี้

1. ไม่ลำเอียง (Unbiasesness)

ถ้าให้ $\hat{\theta}$ เป็นตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ θ (ค่าของประชากร) $\hat{\theta}$ จะเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียง ถ้าค่าเฉลี่ยของ $\hat{\theta}$ ที่คำนวณจากตัวแทนสุ่มที่เป็นไปได้ทุกตัวแทนมีค่าพารามิเตอร์ ซึ่งเขียนแทนด้วย $E(\hat{\theta}) = \theta$ สำหรับทุก ๆ ค่าของ θ $E(\hat{\theta})$ อ่านว่า “Expected Value” หรือค่าคาดหวังของ $\hat{\theta}$ เช่น

$$E(\bar{X}) = \mu \text{ กล่าวได้ว่า } \bar{X} \text{ เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของ } \mu \text{ ทั้งนี้เพราะ}$$

$$E(\bar{X}) = E\left(\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}\right) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (E(X_i))$$

$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\sum_{i=1}^n X_i \cdot \frac{1}{n}\right)$ เป็น โอกาสที่ค่าสังเกตแต่ละตัวถูกสุ่มจากประชากร $1/n$

$$E(\bar{X}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\mu)$$

$$= \frac{1}{n} \cdot n\mu$$

$$= \mu$$

$E(S^2) = \sigma^2$ หรือ S^2 เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของ σ^2 เพราะ $E(S^2) = \sigma^2$ แต่ $E(S) \neq \sigma$ หมายความว่า ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่างเป็นค่าประมาณที่เอนเอียงของค่าเบี่ยงเบน มาตรฐานของประชากร

2. ต้องมีประสิทธิภาพมากที่สุด (Efficiency)

ถ้าให้ $\hat{\theta}_1$ และ $\hat{\theta}_2$ ต่างเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของ θ แต่ถ้าค่าความแปรปรวนของ $\hat{\theta}_1$ มีค่าน้อยกว่าค่าความแปรปรวนของ $\hat{\theta}_2$ นั่นคือ $\sigma_{\hat{\theta}_1}^2 < \sigma_{\hat{\theta}_2}^2$ หมายความว่า $\hat{\theta}_1$ เป็นตัวประมาณที่มีประสิทธิภาพสูงกว่า $\hat{\theta}_2$ ตัวอย่างเช่น ในการประมาณค่าเฉลี่ยของประชากร สามารถประมาณได้ด้วยค่าตัวกลางต่าง ๆ เช่น ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ค่ามัธยฐาน ของกลุ่มตัวแทน ทั้งนี้เพราะทั้งค่าเฉลี่ยเลขคณิตและค่ามัธยฐานต่างเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียง แต่ความแปรปรวนของค่าเฉลี่ย

เลขคณิตน้อยกว่าความแปรปรวนของค่ามัธยฐาน จึงกล่าวได้ว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นตัวประมาณที่มีประสิทธิภาพดีกว่าการใช้ค่ามัธยฐานเป็นตัวประมาณ

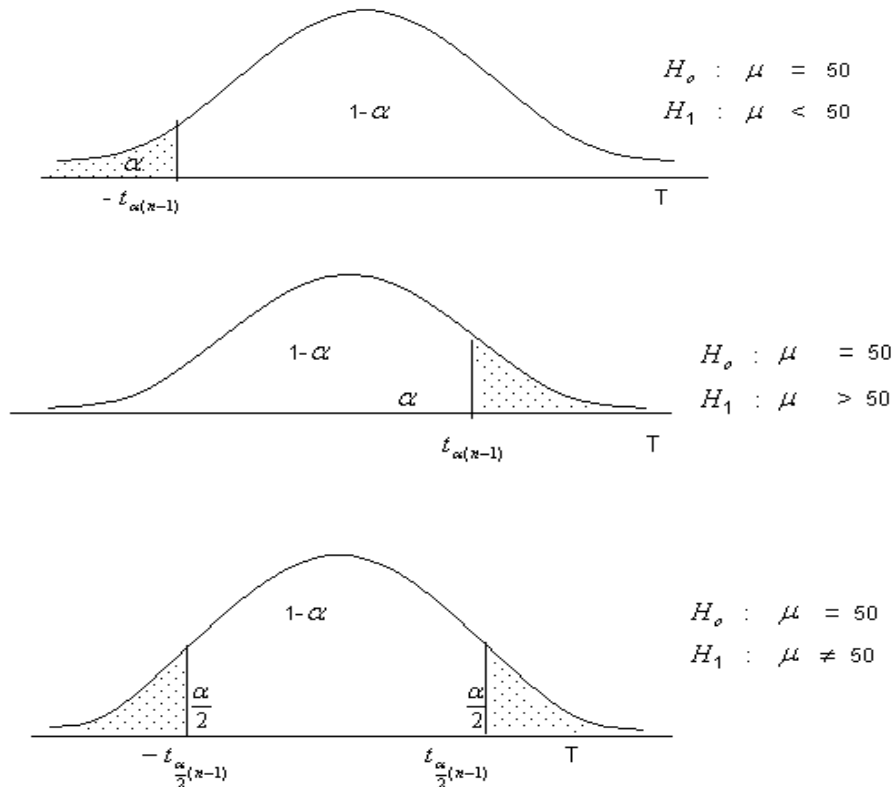
9.2 การทดสอบสมมติฐาน (Hypothesis Testing)

การทดสอบสมมติฐานเป็นการอ้างอิงทางสถิติอย่างหนึ่ง โดยเป็นการตั้งสมมติฐานเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ของประชากรแล้วสุ่มตัวอย่างเพื่อนำค่าจากตัวอย่างมาเปรียบเทียบกับค่าตามสมมติฐานเพื่อตัดสินใจยอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐาน

โดยมีสมมติฐานทางสถิติอยู่ 2 สมมติฐานควบคู่กันไปเสมอคือ

1. สมมติฐานหลักหรือสมมติฐานว่าง (Null Hypothesis) ใช้สัญลักษณ์ H_0 โดยสมมติฐานหลักนี้จะมีเครื่องหมายเท่ากับอยู่ด้วยเสมอ

2. สมมติฐานทางเลือกหรือสมมติฐานแย้ง (Alternative Hypothesis) ใช้สัญลักษณ์ H_1 หรือ H_A โดยสมมติฐานทางเลือกนี้จะเป็นสมมติฐานที่มีเครื่องหมายตรงกันข้ามกับสมมติฐานหลักตามปกติทั่วไปการตั้งสมมติฐานว่าง จะตั้งเป็นแบบแน่นอนตายตัว ซึ่งเรียกว่าสมมติฐานเชิงเดียว (simple hypothesis) โดยตั้งอยู่ในรูปของพารามิเตอร์ เท่ากับค่าคงตัว ส่วนการตั้งสมมติฐานทางเลือกอื่น จะต้องเป็นแบบประกอบ (composite hypothesis) โดยตั้งอยู่ในรูปเป็นช่วงของพารามิเตอร์ ได้แก่ พารามิเตอร์น้อยกว่า หรือมากกว่า หรือไม่เท่ากับ ค่าคงตัวในสมมติฐานว่าง นั่นคือนอกจากจะตั้งสมมติฐานข้างต้นแล้ว อาจจะตั้งเป็น



ภาพที่ 3 การตั้งสมมติฐานหลักหรือสมมติฐานว่าง และสมมติฐานทางเลือกหรือสมมติฐานแย้ง

9.2.1 ประเภทของความผิดพลาด

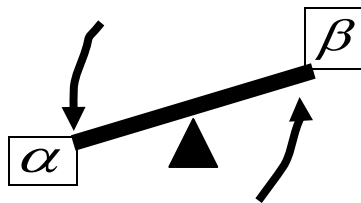
การทดสอบสมมติฐานในงานวิจัยจะเกิดความผิดพลาดขึ้นได้ 2 ลักษณะคือ ความผิดพลาดชนิดที่ 1 (type I error) และความผิดพลาดชนิดที่ 2 (type II error)

1. ความผิดพลาดชนิดที่ 1 (Type I error) เป็นความผิดพลาดที่เกิดจากการปฏิเสธสมมติฐานหลักหรือสมมติฐานว่าง (null hypothesis) เมื่อสมมติฐานหลักเป็นจริง ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดชนิดที่ 1 นี้คือ α เรียกว่า ระดับนัยสำคัญ (level of significance) ส่วนค่า $1 - \alpha$ เรียกว่า ระดับความเชื่อมั่น

2. ความผิดพลาดชนิดที่ 2 (Type II error) เป็นความผิดพลาดที่เกิดจากการยอมรับสมมติฐานหลักหรือสมมติฐานว่าง (null hypothesis) เมื่อสมมติฐานหลักเป็นเท็จ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดชนิดที่ 2 นี้คือ β

ตารางที่ 1 การทดสอบสมมติฐาน และความผิดพลาด

	H_0 เป็นจริง	H_0 เป็นเท็จ
ยอมรับ H_0	ถูกต้อง	ความผิดพลาดชนิดที่ 2
ปฏิเสธ H_0	ความผิดพลาดชนิดที่ 1	ถูกต้อง



ภาพที่ 4 ความผิดพลาด 2 ลักษณะที่เกิดขึ้น

ความผิดพลาดทั้งสองชนิดนี้จะแปรผกผันกันเสมอ ซึ่งส่วนใหญ่ผู้วิจัยจะยอมให้เกิดความผิดพลาดชนิดที่ 1 มากกว่าเพราะความเสียหายที่เกิดขึ้นจะน้อยกว่าที่ให้เกิดความเสียหายจากความผิดพลาดชนิดที่ 2 โดยที่ความผิดพลาดชนิดที่ 1 (α) ที่นิยมใช้คือ 0.01 และ 0.05

9.2.2 การกำหนดขอบเขตการยอมรับสมมติฐาน

การปฏิเสธหรือยอมรับสมมติฐานหลัก จะขึ้นอยู่กับค่าสถิติที่คำนวณได้จากตัวอย่างและทำการปรับเป็นค่ามาตรฐานตามชนิดของสถิติที่ทดสอบ เช่น Z test, t test, f test หรือ χ^2 test แล้วนำค่าที่ได้ไปเปรียบเทียบกับค่าวิกฤต (critical value) ที่ได้จากตารางพื้นที่ได้โค้งตามตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบ ซึ่งค่าวิกฤตจะแบ่งพื้นที่ได้โค้งเป็นเขตสองเขต คือ เขตปฏิเสธสมมติฐานหลัก และเขตการยอมรับสมมติฐานหลัก

9.2.3 ประเภทของการทดสอบสมมติฐาน

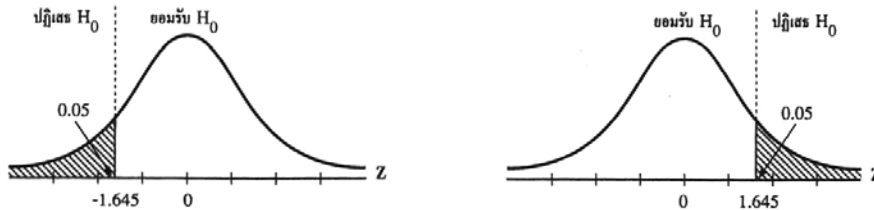
1. การทดสอบสมมติฐานแบบทางเดียว (One – tail test) แบ่งเป็นการทดสอบทางเดียวด้านขวาหรือข้างมาก และการทดสอบทางเดียวด้านซ้ายหรือข้างน้อย ถ้าจะปฏิเสธสมมติฐานว่าง ค่าพารามิเตอร์จะต้องน้อยกว่าหรือมากกว่าค่าคงตัวในสมมติฐานว่าง

$$H_0 : \mu \geq \mu_0$$

$$H_1 : \mu < \mu_0$$

$$H_0 : \mu \leq \mu_0$$

$$H_1 : \mu > \mu_0$$



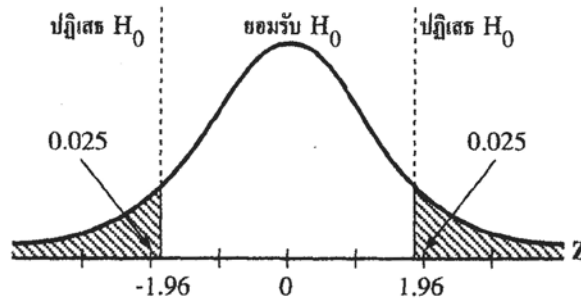
กำหนด $\alpha = .05$, เป็นการทดสอบทางเดียวทางซ้าย ค่าวิกฤต $Z = -1.645$ กำหนด $\alpha = .05$, เป็นการทดสอบทางเดียวทางขวา ค่าวิกฤต $Z = 1.645$

ภาพที่ 5 การทดสอบสมมติฐานแบบทางเดียว (ชูศรี, 2550: 130)

2. การทดสอบสมมติฐานแบบสองทาง (Two – tail test) ถ้าจะปฏิเสธสมมติฐานว่าง ค่าพารามิเตอร์จะต้องไม่เท่ากับค่าคงตัวในสมมติฐานว่าง

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$



กำหนด $\alpha = .05$, ค่าวิกฤต $Z = \pm 1.96$

ภาพที่ 6 การทดสอบสมมติฐานแบบสองทาง (ชูศรี, 2550: 129)

9.2.4 สรุปขั้นตอนในการทดสอบสมมติฐาน

1. ตั้งสมมติฐาน (Hypothesis) ตั้งสมมติฐานหลัก หรือสมมติฐานว่าง (null hypothesis) ใช้สัญลักษณ์ H_0 และตั้งสมมติฐานทางเลือกหรือสมมติฐานแย้ง (alternative hypothesis) ใช้สัญลักษณ์ H_1 หรือ H_A

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ (Statistical Significance Level: α) ในการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ จะยอมรับสมมติฐานที่ตั้งขึ้นก็ต่อเมื่อคำนวณค่าความน่าจะเป็นได้มากกว่าค่าระดับนัยสำคัญทางสถิติ ซึ่งใช้แทนด้วยสัญลักษณ์ α และถ้าคำนวณค่าความน่าจะเป็นออกมาได้

น้อยกว่า ก็แสดงว่าจะปฏิเสธสมมติฐานที่ตั้ง โดยทั่วไปจะกำหนดระดับนัยสำคัญ α ไว้ที่ 0.05 และ 0.01

3. รวบรวมข้อมูล และคำนวณค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

4. ตัดสินใจ และสรุปผลว่า ยอมรับสมมติฐาน หรือปฏิเสธสมมติฐานที่ตั้งขึ้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

9.3 การทดสอบสมมติฐานทางสถิติที่เกี่ยวกับค่าเฉลี่ย

9.3.1 การทดสอบเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยประชากร 1 กลุ่ม (One Sample t-test) เป็นการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรกลุ่มเดียว ว่ามีความแตกต่างจากค่าเฉลี่ยที่ผู้วิจัยกำหนดไว้ในสมมติฐานหลัก H_0 หรือไม่ โดยมีระดับนัยสำคัญ (α) ตามที่ผู้วิจัยกำหนด ¹ ถ้าผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0 ที่ตั้งไว้

กรณีประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ และทราบค่าความแปรปรวนของประชากร (σ^2) ประชากรมีการแจกแจงแบบใด ๆ ขนาดตัวอย่างใหญ่ ($n \geq 30$) และทราบค่า σ

สมมติฐานว่าง	$H_0 : \mu = \mu_0$	โดยที่ μ_0 เป็นค่าคงที่
สถิติทดสอบ	$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$	ถ้าไม่ทราบค่า σ ใช้ค่า S แทน

<u>สมมติฐานแย้ง</u>	<u>เขตปฏิเสธ H_0</u>
$H_1: \mu > \mu_0$	$Z > Z_{\alpha}$
$H_1: \mu < \mu_0$	$Z < -Z_{\alpha}$
$H_1: \mu \neq \mu_0$	$ Z > Z_{\alpha/2}$

กรณีประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ ขนาดตัวอย่างเล็ก ($n < 30$) และไม่ทราบค่า σ

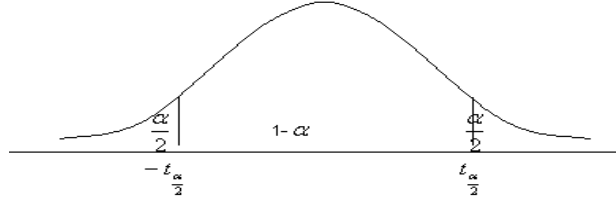
สมมติฐานว่าง	$H_0 : \mu = \mu_0$	โดยที่ μ_0 เป็นค่าคงที่
สถิติทดสอบ	$t = \frac{\bar{X} - \mu}{S / \sqrt{n}}$	โดยที่การแจกแจง t มี $df = n-1$

<u>สมมติฐานแย้ง</u>	<u>เขตปฏิเสธ H_0</u>
$H_1: \mu > \mu_0$	$t > t_{\alpha}$
$H_1: \mu < \mu_0$	$t < -t_{\alpha}$

¹ การกำหนดเขตปฏิเสธด้วยสถิติทดสอบสมมติฐานด้วยระดับนัยสำคัญ α หรือ $1-\alpha$ นั้นมีความหมายหรือค่าเดียวกัน โดยค่า α จะเปิดตารางที่ $\alpha = .01, .05$ แต่ค่า $1-\alpha$ จะเปิดตารางที่ $.90, .95$ ในรายงานการวิจัยนี้ได้ใช้ระดับนัยสำคัญ α เปิดตารางที่ $\alpha = .01, .05, .005, .025$

$$H_1: \mu \neq \mu_0 \quad |t| > t_{\alpha/2}$$

การหาช่วงความเชื่อมั่นของ μ อาศัยการแจกแจงแบบ t ที่มี $df = n-1$ และเมื่อ กำหนด $(1 - \alpha)$ 100% จะหาค่า $t_{\alpha/2}$ จากตาราง t ได้



$$\text{และ } P\left(\bar{x} - t_{\alpha/2} S / \sqrt{n} < \mu < \bar{x} + t_{\alpha/2} S / \sqrt{n}\right) = 1 - \alpha$$

ภาพที่ 7 ช่วงความเชื่อมั่นของ μ อาศัยการแจกแจงแบบ t

(<http://www.sut.ac.th/e-texts/Social/ProjectCAI/>)

9.3.2 การทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน

(Independent Samples t-test) หมายถึงตัวแปรที่ผู้วิจัยต้องการทราบถึงความแตกต่างของค่าเฉลี่ย โดยแบ่งตัวแปรนั้นออกเป็น 2 กลุ่มตามที่ผู้วิจัยกำหนดและทำการทดสอบถึงความแตกต่างของค่าเฉลี่ยว่ามีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติหรือไม่ โดยมีระดับนัยสำคัญ (α) ตามที่ผู้วิจัยกำหนด

กรณีประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ และทราบค่าความแปรปรวนของประชากรทั้งสอง (σ^2) ประชากรมีการแจกแจงแบบใด ๆ ขนาดตัวอย่างใหญ่ ($n_1 \geq 30, n_2 \geq 30$)

สมมติฐานว่าง $H_0: \mu_1 - \mu_2 = d_0$ โดยที่ d_0 เป็นค่าคงที่

สถิติทดสอบ $Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - d_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$ ถ้าไม่ทราบค่า σ ใช้ค่า S แทน

สมมติฐานแย้ง	เขตปฏิเสธ H_0
$H_1: \mu_1 - \mu_2 > d_0$	$Z > Z_{\alpha}$
$H_1: \mu_1 - \mu_2 < d_0$	$Z < -Z_{\alpha}$
$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$ Z > Z_{\alpha/2}$

กรณีประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ ขนาดตัวอย่างเล็ก ($n_1 < 30, n_2 < 30$) และไม่ทราบค่า σ^2

สมมติฐานว่าง $H_0: \mu_1 - \mu_2 = d_0$ โดยที่ d_0 เป็นค่าคงที่

ถ้า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

สถิติทดสอบ $t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - d_0}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$ โดยที่การแจกแจง t มี $df = n_1 + n_2 - 2$

เมื่อ $S_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$

สมมติฐานแย้ง เขตปฏิเสธ H_0

$H_1: \mu_1 - \mu_2 > d_0$ $t > t_\alpha$

$H_1: \mu_1 - \mu_2 < d_0$ $t < -t_\alpha$

$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq d_0$ $|t| > t_{\alpha/2}$

การหาช่วงความเชื่อมั่นของ $\mu_1 - \mu_2$ อาศัยการแจกแจงแบบ t ที่มี $df = n_1 + n_2 - 2$ และกำหนด $(1 - \alpha) 100\%$ หาค่า $t_{\alpha/2}$ จากตาราง t ได้ช่วงความเชื่อมั่นของ $\mu_1 - \mu_2$ ดังนี้

$$P\left\{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - t_{\frac{\alpha}{2}} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < +t_{\frac{\alpha}{2}} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}\right\} = 1 - \alpha$$

หรือได้ว่า กำหนด $(1 - \alpha) 100\%$ ช่วงความเชื่อมั่นของ $\mu_1 - \mu_2$ คือ

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - t_{\frac{\alpha}{2}} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < +t_{\frac{\alpha}{2}} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} = 1 - \alpha$$

ถ้า $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

สถิติทดสอบ $t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - d_0}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$ โดยที่การแจกแจง t มี $df = \nu$

เมื่อ $\nu = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}}$ ค่า ν ที่ได้ปัดเป็นเลขจำนวนเต็ม

สมมติฐานแย้ง เขตปฏิเสธ H_0

$H_1: \mu_1 - \mu_2 > d_0$ $t > t_\alpha$

$H_1: \mu_1 - \mu_2 < d_0$ $t < -t_\alpha$

$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq d_0$ $|t| > t_{\alpha/2}$

การหาช่วงความเชื่อมั่นของ $\mu_1 - \mu_2$ อาศัยการแจกแจงแบบ t ที่มี $df = \nu$ และกำหนด $(1 - \alpha) 100\%$ หาค่า $t_{\alpha/2}$ จากตาราง t ได้ช่วงความเชื่อมั่นของ $\mu_1 - \mu_2$ ดังนี้

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - t_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + t_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$

9.3.3 การทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยประชากร 2 กลุ่มที่ไม่เป็นอิสระต่อกัน

(Paired Samples t-test) หมายถึง ตัวแปรที่ผู้วิจัยต้องการทราบถึงความแตกต่างของค่าเฉลี่ยที่เป็นตัวแปรตัวเดียวกัน หน่วยตัวอย่างเดียวกันแต่มีการเก็บรวบรวมข้อมูล 2 ครั้งและทดสอบหาความแตกต่างระหว่างครั้งแรกกับครั้งหลัง หรืออีกลักษณะหนึ่ง ก็คือตัวแปรที่เป็นลักษณะจับคู่ โดยมีข้อจำกัดว่าหน่วยตัวอย่างต้องเป็นหน่วยตัวอย่างเดียวกัน เช่น คะแนนสอบก่อน-หลังเรียน ของนักศึกษาชั้น ปวช. 1 สาขางานยานยนต์ โดยเก็บรวบรวมข้อมูลคะแนนสอบ มาทดสอบสมมติฐานว่ามีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติหรือไม่ โดยมีระดับนัยสำคัญ (α) ตามที่ผู้วิจัยกำหนด

สมมติฐานว่าง $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$ หรือ $H_0 : \mu_d = d_0$ โดยที่ $\mu_1 - \mu_2 = \mu_0$
 สถิติทดสอบ $t = \frac{\bar{d} - d_0}{\frac{S_d}{\sqrt{n}}}$ โดยที่การแจกแจง t มี $df = n - 1$

เมื่อ $\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n}$ และ $S_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{n-1}}$
สมมติฐานแย้ง เขตปฏิเสธ H_0

- $H_1: \mu_d > d_0$ $t > t_\alpha$
- $H_1: \mu_d < d_0$ $t < -t_\alpha$
- $H_1: \mu_d \neq d_0$ $|t| > t_{\alpha/2}$

การหาช่วงความเชื่อมั่นของ μ_d อาศัยการแจกแจงแบบ t ที่มี $df = n - 1$ และกำหนด $(1 - \alpha) 100\%$ หาค่า $t_{\alpha/2}$ จากตาราง t ได้ช่วงความเชื่อมั่นของ μ_d ดังนี้

$$\bar{d} - t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S_d}{\sqrt{n}} < \mu_d < \bar{d} + t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S_d}{\sqrt{n}}$$

9.3.4 การทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยประชากรมากกว่า 2 กลุ่ม หรือการ

วิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance: ANOVA) โดยปกติถ้าตัวแปรที่ต้องการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยมีมากกว่า 2 กลุ่ม ผู้วิจัยจะใช้การทดสอบสมมติฐานพร้อมกันเพียงครั้งเดียว โดยไม่ต้องทำการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยทีละคู่ ทำให้ประหยัดเวลาในการทดสอบสมมติฐาน ซึ่งเรียกการวิเคราะห์นี้ว่า การวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance: ANOVA) โดยมีข้อจำกัดที่ว่า ประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ ตัวอย่างที่สุ่มมาต้องมีความเป็นอิสระต่อกัน และมีความแปรปรวนเท่ากัน เช่น ต้องการทราบความแตกต่างของวิธีสอนแบบต่าง ๆ ว่ามีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติหรือไม่ โดยมีระดับนัยสำคัญ (α) ตามที่ผู้วิจัยกำหนด ซึ่งมีข้อตกลงเบื้องต้น ดังนี้

- 1) กลุ่มตัวอย่างแต่ละกลุ่มต้องสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงเป็นปกติ
- 2) กลุ่มตัวอย่างแต่ละกลุ่มต้องสุ่มมาจากประชากรที่ความแปรปรวนไม่แตกต่างกัน
- 3) หน่วยสมาชิกในกลุ่มตัวอย่างแต่ละหน่วยต้องสุ่มมาอย่างอิสระ
- 4) กลุ่มตัวอย่างแต่ละกลุ่มต้องเป็นอิสระต่อกัน

9.3.4.1 การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบมีปัจจัยเดียว (Single-Factor Analysis of Variance: One-Way ANOVA) เป็นสถิติใช้สำหรับวิเคราะห์ความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากรตั้งแต่ 3 ประชากรหรือ 3 กลุ่มขึ้นไป ที่รับปัจจัยที่ต่างระดับกันตั้งแต่ 3 ระดับขึ้นไป โดยจะต้องมีตัวแปรตามมีระดับการวัดอยู่ในระดับ Interval Scale และตัวแปรอิสระมีเพียงตัวแปรเดียวหรือปัจจัยเดียวอยู่ในระดับ Nominal Scale แบ่งออกเป็น k ระดับ

จากข้อตกลงเบื้องต้นกลุ่มตัวอย่างจะต้องสุ่มมาจากประชากรที่มีความแปรปรวนไม่แตกต่างกัน จึงต้องทดสอบด้วยสถิติต่อไปนี้

1. การทดสอบสมมติฐานทางสถิติที่เกี่ยวกับค่าความแปรปรวนของสองประชากร

การทดสอบความแตกต่างของค่าความแปรปรวนของสองประชากร มีข้อจำกัดว่าประชากรทั้งสองกลุ่มต้องมีการแจกแจงแบบปกติ ทั้งสองกลุ่มต้องเป็นอิสระจากกัน และไม่ทราบค่า σ^2

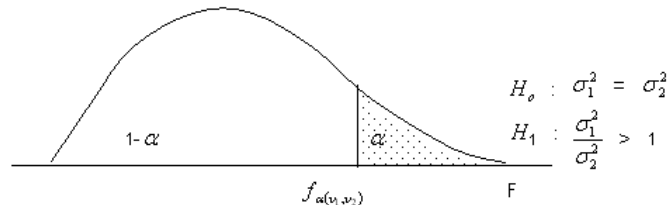
สมมติฐานว่าง $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

สถิติทดสอบ $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$ โดยที่การแจกแจง F มี

$df = n_1 - 1, n_2 - 1$

เมื่อ $S_1^2 > S_2^2$ หรือ

สมมติฐานแย้ง $H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ เขตปฏิเสธ H_0 เมื่อ $F > F_{\alpha, n_1-1, n_2-1}$



ภาพที่ 8 การทดสอบสมมติฐานค่าความแปรปรวนแบบทางเดียวข้างขวา

(<http://www.sut.ac.th/e-texts/Social/ProjectCAI/>)

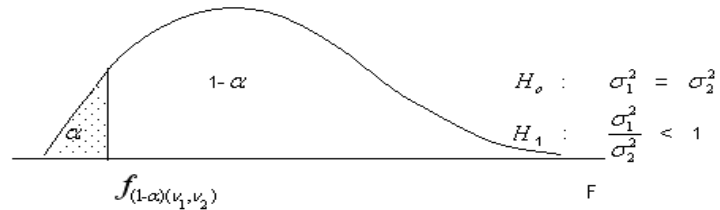
สมมติฐานว่าง $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

สถิติทดสอบ $F = \frac{S_2^2}{S_1^2}$ โดยที่การแจกแจง F มี

$df = n_2 - 1, n_1 - 1$

เมื่อ $S_2^2 > S_1^2$

สมมติฐานแย้ง $H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$ เขตปฏิเสธ H_0 เมื่อ $F < F_{\alpha, n_2-1, n_1-1}$



ภาพที่ 9 การทดสอบสมมติฐานค่าความแปรปรวนแบบทางเดียวข้างซ้าย

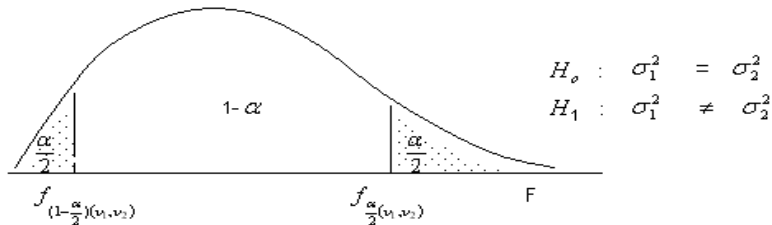
(<http://www.sut.ac.th/e-texts/Social/ProjectCAI/>)

สมมติฐานว่าง $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

สมมติฐานแย้ง $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ เขตปฏิเสธ H_0 เมื่อ $F > F_{\alpha/2; n_1-1, n_2-1}$

หรือ

$F > F_{\alpha/2; n_2-1, n_1-1}$



ภาพที่ 10 การทดสอบสมมติฐานค่าความแปรปรวนแบบสองทาง

(<http://www.sut.ac.th/e-texts/Social/ProjectCAI/>)

การหาค่าวิกฤตของการแจกแจง F จะมีอยู่ด้วยกัน 2 ค่า คือ F_L และ F_U ซึ่งตารางการแจกแจง F จะมีให้เพียงค่า F_U เท่านั้น โดยที่ค่า F_L ต้องคำนวณโดยอาศัยความสัมพันธ์ $F_L = 1/F_U$ *(degrees of freedom switched)

2. การทดสอบสมมติฐานทางสถิติที่เกี่ยวข้องกับค่าความแปรปรวน k

ประชากร

การทดสอบความแตกต่างของค่าความแปรปรวนของประชากรตั้งแต่ 2 ประชากรขึ้นไปเท่ากันหรือไม่ จะใช้สถิติทดสอบของ Bartlett's Test และ Levene's Test โดยแต่ละวิธีมีรายละเอียด ดังนี้

(1) การทดสอบความเท่ากันของค่าความแปรปรวน k ประชากร โดยใช้สถิติทดสอบของ Bartlett's Test ซึ่งเป็นการทดสอบที่มีประสิทธิภาพ ถ้าแต่ละประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ (กัลยา, 2550: 145-157)

สมมติฐานว่าง $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2$

สมมติฐานแย้ง $H_1 : \sigma_i^2 \neq \sigma_j^2$ อย่างน้อย 1 คู่; $i \neq j$

เขตปฏิเสธ H_0 เมื่อ $B_c > \chi^2_\alpha$

สถิติทดสอบ $B = \left[\ln S_p^2 \left[\sum_{i=1}^k (n_i - 1) \right] - \sum_{i=1}^k (n_i - 1) \ln S_i^2 \right]$

โดยที่

$i = 1, 2, \dots, k$

$S_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2}{n_i - 1}$

$S_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (n_i - 1) S_i^2}{\sum_{i=1}^k (n_i - 1)}$

ln = natural logarithm (base e) อาจเปลี่ยนเป็น logarithm ฐาน 10 (log) สูตร B จะเปลี่ยนเป็นสูตร B* ดังนี้

$B* = 2.30259 \left[\log S_p^2 \left[\sum_{i=1}^k (n_i - 1) \right] - \sum_{i=1}^k (n_i - 1) \log S_i^2 \right]$

และ $B_c = B*/C$ ที่มีการแจกแจงแบบไคสแควร์มี df = n-1 โดย C เป็นค่าปรับ (Correction factor) ที่ปรับให้ B* มีการแจกแจงเข้าสู่การแจกแจงแบบไคสแควร์มากขึ้น มีสูตรดังนี้

$C = 1 + \frac{1}{3(k-1)} \left[\sum_{i=1}^k \frac{1}{(n_i - 1)} - \frac{1}{\sum_{i=1}^k n_i - 1} \right]$

(2) การทดสอบความเท่ากันของค่าความแปรปรวน k ประชากร โดยใช้สถิติทดสอบของ Levene's Test ซึ่งเป็นการทดสอบที่ใช้ค่าสัมบูรณ์ (absolute value) เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบหางยาว (long-tailed distribution) หรือมีความเบ้เป็นบวก (positive skewness) (กัลยา, 2550 : 145-157 และ <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda35a.htm>)

สมมติฐานว่าง $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2$

สมมติฐานแย้ง $H_1 : \sigma_i^2 \neq \sigma_j^2$ อย่างน้อย 1 คู่; $i \neq j$

เขตปฏิเสธ H_0 เมื่อ $W > F_{(\alpha, k-1, N-k)}$ โดยที่การแจกแจง F มี $df = k-1, N-k$ ณ ระดับนัยสำคัญ $= \alpha$

$$\text{สถิติทดสอบ } W = \frac{(N-k) \sum_{i=1}^k N_i (\bar{Z}_{i.} - \bar{Z}_{..})^2}{(k-1) \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{N_i} (Z_{ij} - \bar{Z}_{i.})^2}$$

โดยที่ Z_{ij} มีความหมายหนึ่งในสามความหมาย ดังนี้

1. $Z_{ij} = |Y_{ij} - \bar{Y}_{i.}|$ เมื่อ $\bar{Y}_{i.}$ คือ ค่าเฉลี่ย (mean)
2. $Z_{ij} = |Y_{ij} - \tilde{Y}_{i.}|$ เมื่อ $\tilde{Y}_{i.}$ คือ ค่ามัธยฐาน (median)
3. $Z_{ij} = |Y_{ij} - \bar{Y}'_{i.}|$ เมื่อ $\bar{Y}'_{i.}$ คือ 10% of trimmed mean

ซึ่ง $\bar{Z}_{i.}$ คือ ค่าเฉลี่ยของแต่ละกลุ่ม Z_{ij}

และ $\bar{Z}_{..}$ คือ ค่าเฉลี่ยของทุกกลุ่ม Z_{ij}

จากนั้นจึงเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยหลายคู่ในครั้งเดียวด้วยสถิติ One-Way ANOVA ในที่นี้ได้ใช้การเปรียบเทียบจากการทดลองแบบสุ่มโดยสมบูรณ์ (completely randomized design: CRD) ซึ่งเป็นการทดลองเพื่อเปรียบเทียบ k ทริทเมนต์ โดยการสุ่มตัวอย่าง k กลุ่มอย่างเป็นอิสระกันแล้วกำหนดทริทเมนต์ให้ตัวอย่างแต่ละกลุ่มอย่างสุ่ม

สมมติฐานว่าง $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_k$

สมมติฐานแย้ง $H_1 : \mu_i \neq \mu_j$ อย่างน้อย 1 คู่; $i \neq j$

สถิติทดสอบ $F = \frac{MST_{rt}}{MSE}$ โดยที่การแจกแจง F มี $df = k-1, n-k$

เขตปฏิเสธ H_0 เมื่อ $F > F_{\alpha; k-1, n-k}$

ตารางที่ 2 การคำนวณของ CRD ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F
Between Groups	SST_{rt}	$k-1$	MST_{rt}	MST_{rt} / MSE
Within Groups	SSE	$n-k$	MSE	
Total	SST	$n-1$		

โดยมีสูตรการคำนวณ ดังนี้

$$CM = \frac{(\sum \sum X_{ij})^2}{n} = \frac{(\sum T_i)^2}{n}$$

$$SST = \sum \sum X_{ij}^2 - CM$$

$$SST_{rt} = \frac{\sum T_i^2}{n_i} - CM$$

$$SSE = SST - SST_{rt}$$

$$MST_{rt} = \frac{SST_{rt}}{k-1}$$

$$MSE = \frac{SSE}{n-k}$$

9.3.4.2 การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบจำแนก 2 ทาง (Two-Factor Analysis of

Variance: Two-Way ANOVA) เป็นสถิติใช้สำหรับวิเคราะห์ความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยตั้งแต่ 2 ค่าขึ้นไป โดยมีตัวแปร หรือลักษณะที่สนใจอยู่สองตัวหรือสองลักษณะที่ทำให้ข้อมูลแตกต่างกัน เช่น ครูผู้สอน 3 คน มีวิธีการสอนอยู่ 4 วิธี เป็นต้น สำหรับรูปทั่วไปเมื่อมีตัวแปรหรือปัจจัย 2 ปัจจัย ที่มีอิทธิพลต่อข้อมูลที่ต้องการวัด จะเรียกปัจจัยแรกว่าปัจจัย A และปัจจัยที่สองว่าปัจจัย B โดยกำหนดให้ (กัลยา, 2550: 176-7 – 176-12)

a = จำนวนระดับของปัจจัย A

b = จำนวนระดับของปัจจัย B

ab = จำนวนทริทเมนต์ (จำนวนระดับของอิทธิพลร่วมของปัจจัย A และ

B)

m = จำนวนข้อมูลในแต่ละทริทเมนต์

ในที่นี้เป็นการใช้ข้อมูลเมื่อ m มากกว่า 1 (Two-Way ANOVA with Interaction) เมื่อข้อมูล X_{ijk} เป็นข้อมูลตัวที่ k ที่เกิดขึ้นจากระดับที่ I ของปัจจัย A และระดับที่ j ของปัจจัย B เมื่อ $i = 1, 2, \dots, a$; $j = 1, 2, \dots, b$; $k = 1, 2, \dots, m$ ในแต่ละทริทเมนต์มีจำนวนข้อมูลเท่ากันคือ ทริทเมนต์ละ m หน่วย

โดยมีสูตรการคำนวณ ดังนี้

$$CM = \frac{(\sum \sum \sum X_{ijk})^2}{n} = \frac{T^2}{n}$$

$$SST = \sum \sum \sum X_{ijk}^2 - CM$$

$$SSA = \sum_{i=1}^a \frac{A_i^2}{bm} - CM$$

$$SSB = \sum_{j=1}^b \frac{B_j^2}{am} - CM$$

$$SSAB = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \frac{(AB)_{ij}^2}{m} - CM - SSA - SSB$$

$$SSE = SST - SSA - SSB - SSAB$$

$$MSA = \frac{SSA}{a-1}$$

$$MSB = \frac{SSB}{b-1}$$

$$MSAB = \frac{SSAB}{(a-1)(b-1)}$$

$$MSE = \frac{SSE}{ab(m-1)}$$

มีองศาอิสระเป็น 4 ส่วน คือ องศาอิสระทั้งหมด เท่ากับ ผลรวมขององศาอิสระของปัจจัย A ปัจจัย B ปัจจัยร่วม AB และค่าความคลาดเคลื่อน หรือ

$$n - 1 = abm - 1 = (a-b) + (b-1) + (a-1)(b-1) + ab(m-1)$$

ตารางที่ 3 การคำนวณของ ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F
ปัจจัย A	SSA	a-1	MSA	MSA/ MSE
ปัจจัย B	SSB	b-1	MSB	MSB/ MSE
ปัจจัยร่วม AB	SSAB	(a-1)(b-1)	MSAB	MSAB/ MSE
ความคลาดเคลื่อน	SSE	ab(m-1)	MSE	
ผลรวม	SST	abm - 1		

1. การทดสอบอิทธิพลของระดับต่าง ๆ ของปัจจัยที่ 1 (ปัจจัย A)

สมมติฐานว่าง H_0 : ไม่มีความแตกต่างระหว่างระดับต่าง ๆ ของปัจจัย A

สมมติฐานแย้ง H_1 : มีอย่างน้อย 1 ระดับที่แตกต่างจากระดับอื่น ๆ ของปัจจัย A

สถิติทดสอบ $F = \frac{MSA}{MSE}$ โดยที่การแจกแจง F มี df = a-1, ab(m-1)

เขตปฏิเสธ H_0 เมื่อ $F > F_{\alpha; a-1, ab(m-1)}$

2. การทดสอบอิทธิพลของระดับต่าง ๆ ของปัจจัยที่ 1 (ปัจจัย B)

สมมติฐานว่าง H_0 : ไม่มีความแตกต่างระหว่างระดับต่าง ๆ ของปัจจัย B

สมมติฐานแย้ง H_1 : มีอย่างน้อย 1 ระดับที่แตกต่างจากระดับอื่น ๆ ของปัจจัย B

สถิติทดสอบ $F = \frac{MSB}{MSE}$ โดยที่การแจกแจง F มี $df = b-1, ab(m-1)$

เขตปฏิเสธ H_0 เมื่อ $F > F_{\alpha; b-1, ab(m-1)}$

3. การทดสอบอิทธิพลของระดับต่าง ๆ ของปัจจัยที่ 1 (ปัจจัย AB)

สมมติฐานว่าง H_0 : ไม่มีความแตกต่างระหว่างระดับร่วมของปัจจัย A และ B

สมมติฐานแย้ง H_1 : มีอย่างน้อย 1 ทริทเมนต์ของระดับร่วมของปัจจัย A และ B ที่แตกต่างจากทริทเมนต์อื่น ๆ

สถิติทดสอบ $F = \frac{MSAB}{MSE}$ โดยที่การแจกแจง F มี $df = (a-1)(b-1), ab(m-1)$

ab(m-1)

เขตปฏิเสธ H_0 เมื่อ $F > F_{\alpha; (a-1)(b-1), ab(m-1)}$

9.3.5 ความสัมพันธ์ระหว่างสถิติทดสอบ F กับ t

เมื่อทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของ 2 ประชากร ($k = 2$) จะใช้สถิติทดสอบ t หรือ Z แต่เมื่อทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยตั้งแต่ 3 ประชากร ($k \geq 3$) จะใช้สถิติทดสอบ F แต่ถ้า $k = 2$ แล้วใช้สถิติทดสอบ F ที่มีองศาอิสระเป็น 1 และ $n-2$ ก็จะได้ผลลัพธ์เหมือนกับสถิติทดสอบ t แบบสองข้างโดยที่ $MSE = S^2$ ดังนั้น สถิติทดสอบ t และ F จึงมีความสัมพันธ์กันเป็น

$$F = t^2$$

แต่ถ้าสมมติฐานเป็นการทดสอบแบบข้างเดียว ต้องใช้สถิติทดสอบ t เท่านั้น ไม่สามารถใช้สถิติทดสอบ F ได้

9.3.6 การทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยหลาย ๆ คู่ในเวลาเดียวกัน (Multiple comparisons) จะใช้ได้ต่อเมื่อปฏิเสธ $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_k$ ใน CRD ANOVA แล้วต้องการทราบว่าค่าเฉลี่ยคู่ใดบ้างที่แตกต่างกันจากทั้งหมด $\binom{k}{2}$ คู่ การทดสอบมีหลายวิธี เช่น

Fisher's Least Significant Difference (LSD), Bonferroni, Tukey, SNK (Student-Newman-Keuls), Duncan, Scheff เป็นต้น ดังนี้ (กัลยา, 2550: 161-174)

1. สถิติทดสอบของ Fisher's Least Significant Difference (LSD) ในการทดสอบผลต่างของค่าเฉลี่ยแต่ละคู่เท่ากันหรือไม่ ซึ่งมีสูตรดังนี้

$$LSD = t_{1-\frac{\alpha}{2}, n-k} \sqrt{MSE \left[\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right]}$$

โดยที่ $n = \sum_{i=1}^k n_i$ และมี $df = n-k$

สมมติฐานว่าง $H_0 : \mu_i = \mu_j$

สมมติฐานแย้ง $H_1 : \mu_i \neq \mu_j ; i \neq j$

เขตปฏิเสธ H_0 เมื่อ $LSD > t_{1-\alpha/2}$

2. สถิติทดสอบของ Bonferroni ในการทดสอบผลต่างของค่าเฉลี่ยแต่ละคู่เท่ากันหรือไม่ ซึ่งมีสูตรดังนี้

$$t = \frac{\bar{X}_i - \bar{X}_j}{S \sqrt{\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)}} \quad \text{มี } df = n-k$$

โดยการทดสอบ 2 ข้างเมื่อ α มีค่าดังนี้

$$\alpha^* = \frac{2\alpha}{k(k-1)}$$

สมมติฐานว่าง $H_0 : \mu_i = \mu_j$

สมมติฐานแย้ง $H_1 : \mu_i \neq \mu_j ; i \neq j$

เขตปฏิเสธ H_0 เมื่อ $|t| > t_{\alpha^*/2}$

3. สถิติทดสอบของ Tukey หรือ Honestly Significant Different Test หรือ Wholly Different Test เหมือนกับสถิติของ Fisher's LSD ซึ่งมีสูตรดังนี้

ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างที่สุ่มจากแต่ละประชากรเท่ากัน ($n_1=n_2=...=n_k=n_c$)

$$T = q_\alpha(k, n-k) \sqrt{\frac{MSE}{n_c}}$$

ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างที่สุ่มจากแต่ละประชากรไม่เท่ากัน

$$T = q_\alpha(k, n-k) \sqrt{\frac{MSE}{2} \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)}$$

สมมติฐานว่าง $H_0 : \mu_i = \mu_j$

สมมติฐานแย้ง $H_1 : \mu_i \neq \mu_j ; i \neq j$

เขตปฏิเสธ H_0 เมื่อ $|\bar{X}_i - \bar{X}_j| > T_\alpha$

4. สถิติทดสอบของ SNK (Student-Newman-Keuls) เป็นเทคนิคที่เหมือนกับของ Tukey เช่นกัน ซึ่งมีสูตรดังนี้

ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างที่สุ่มจากแต่ละประชากรเท่ากัน ($n_1=n_2=...=n_k=n_c$)

$$SNK = q_\alpha(r, n-k) \sqrt{\frac{MSE}{n_c}}$$

ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างที่สุ่มจากแต่ละประชากรไม่เท่ากัน

$$SNK = q_\alpha(r, n-k) \sqrt{\frac{MSE}{2} \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)}$$

โดย r เป็นระยะห่างของค่าเฉลี่ยที่เรียงลำดับจากน้อยไปหามาก

สมมติฐานว่าง $H_0 : \mu_i = \mu_j$

สมมติฐานแย้ง $H_1 : \mu_i \neq \mu_j ; i \neq j$

เขตปฏิเสธ H_0 เมื่อ $|\bar{X}_i - \bar{X}_j| > SNK_\alpha$

5. สถิติทดสอบของ Duncan เป็นเทคนิคที่เหมือนกับของ SNK เช่นกัน ซึ่งมีสูตร

ดังนี้

$$W = q_\alpha(r, n-k) \sqrt{\frac{MSE}{n_c}}$$

โดยมีขนาดตัวอย่างที่สุ่มจากแต่ละประชากรเท่ากัน ($n_1 = n_2 = \dots = n_k = n_c$)

สมมติฐานว่าง $H_0 : \mu_i = \mu_j$

สมมติฐานแย้ง $H_1 : \mu_i \neq \mu_j ; i \neq j$

เขตปฏิเสธ H_0 เมื่อ $|\bar{X}_i - \bar{X}_j| > W_\alpha$

6. สถิติทดสอบของ Scheff เป็นเทคนิคที่ใช้เปรียบเทียบความแตกต่างของ

ค่าเฉลี่ยหลาย ๆ คู่ และยังสามารถทดสอบ Linear Contrasts ได้ด้วย ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

6.1 ตั้งสมมติฐาน

สมมติฐานว่าง $H_0 : \mu_L = 0$

สมมติฐานแย้ง $H_1 : \mu_L \neq 0$

โดยใช้สูตร $\mu_L = \sum_{i=1}^k c_i \mu_i$ ซึ่งค่า $\sum_{i=1}^k c_i = 0$

6.2 สร้างตาราง One-way ANOVA ได้ค่า $S^2 = MSE$

6.3 คำนวณค่าสถิติทดสอบ Linear Contrasts ด้วยสูตร

$$L = \sum_{i=1}^k c_i \bar{X}_i$$

6.4 คำนวณค่าวิกฤต S ด้วยสูตร

$$S = \sqrt{\hat{V}(L) \sqrt{(k-1) F_{1-\alpha; k-1, n-k}}}$$

โดยที่ $\hat{V}(L) = S^2 \sum_{i=1}^k \frac{c_i^2}{n_i}$

6.5 ปฏิเสธ H_0 เมื่อ $|L| > S$ ที่ระดับนัยสำคัญ α

9.4 การทดสอบสมมติฐานทางสถิติสำหรับข้อมูลที่อยู่ในรูปความถี่ (Test for Frequency Data)

ข้อมูลที่อยู่ในรูปความถี่ (Frequency Data) หรือที่เรียกว่า ข้อมูลจำแนกประเภท (Categorical Data) หมายถึง จำนวนหรือความถี่ของแต่ละระดับ หรือความถี่ของแต่ละกลุ่มของข้อมูลเชิงคุณภาพ ที่ไม่สามารถวัดค่าของสิ่งที่สนใจศึกษาออกมาเป็นตัวเลข เช่น ความคิดเห็น คุณภาพสินค้า ฯลฯ (กัลยา, 2550: 181-211)

9.4.1 การทดสอบสมมติฐานทางสถิติสำหรับข้อมูลที่จำแนกทางเดียว

การทดสอบสมมติฐานทางสถิติสำหรับข้อมูลที่จำแนกทางเดียว หรือบางครั้งเรียกว่า การทดสอบภาวะสารูปสนิทธิ (Goodness of Fit Test) เป็นการทดสอบเกี่ยวกับลักษณะหนึ่งของประชากร โดยพิจารณาจากความถี่ในแต่ละระดับ ทดสอบลักษณะต่าง ๆ ของประชากรว่า เป็นไปตามที่คาดไว้หรือไม่ ซึ่งมีตัวแปรที่สนใจตั้งแต่ 3 ค่าหรือ 3 ระดับขึ้นไป

การทดสอบว่าสัดส่วนประชากร k ประชากรเท่ากับสัดส่วนที่คาดไว้หรือไม่

สมมติฐานว่าง $H_0 : p_1 = p_{10}, p_2 = p_{20}, \dots, p_k = p_{k0}$

สมมติฐานแย้ง $H_1 : p_i \neq p_{i0}$

เขตปฏิเสธ H_0 เมื่อ $\chi^2 > \chi^2_{\alpha, k-1}$

สถิติทดสอบ $\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$ มีการแจกแจงแบบไคสแควร์ด้วยองศา

อิสระ หรือ $df = k - 1$ โดยที่

O_i (Observed Frequency) = ความถี่หรือจำนวนครั้งที่เกิดในระดับที่ i ที่เกิดขึ้นจริงของตัวอย่างขนาด n

E_i (Expected Frequency) = ความถี่หรือจำนวนครั้งที่ของระดับที่ i ที่คาดว่าจะเกิดภายใต้สมมติฐานว่าง

K = จำนวนกลุ่มหรือจำนวนระดับของตัวแปรหรือลักษณะที่สนใจศึกษา

n = ขนาดตัวอย่างหรือจำนวนครั้งที่ทดลอง และ

$$\sum_{i=1}^k O_i = \sum_{i=1}^k E_i = n$$

เมื่อสมมติฐานว่างเป็นจริงจะได้ $E_i = np_{i0}$

ข้อจำกัดในการทดสอบ มีดังนี้

1. ความถี่ที่คาดไว้ของแต่ละระดับไม่ควรต่ำกว่า 5
2. ในกรณีที่ระดับของข้อมูลมีเพียง 2 ระดับ ($k=2$) องศาอิสระจะเหลือเพียง 1 ($k-1$) จะมีผลให้ค่าไคสแควร์สูงกว่าที่ควรจะเป็น จึงต้องใช้สูตรปรับค่าไคสแควร์ ยกเว้นมีขนาดตัวอย่างมากกว่า 50 ตัวอย่าง

$$\text{สูตรปรับค่าไคสแควร์ } \chi^2 = \sum_{i=1}^2 \frac{(|O_i - E_i| - 0.5)^2}{E_i}$$

9.4.2 การทดสอบสมมติฐานทางสถิติสำหรับข้อมูลจำแนกแบบสองทาง

การทดสอบสมมติฐานทางสถิติสำหรับข้อมูลที่จำแนกสองทาง หรือสองตัวแปร หรือสองลักษณะ เช่น ผลการเรียนจำแนกตามเพศกับพื้นฐานความรู้ ฯลฯ

การทดสอบความเป็นอิสระกันระหว่างลักษณะสองลักษณะ (Testing for Independence of two Categorical Variable)

สมมติฐานว่าง H_0 : ลักษณะทั้งสองลักษณะเป็นอิสระกัน

สมมติฐานแย้ง H_1 : ลักษณะทั้งสองลักษณะไม่เป็นอิสระกัน

เขตปฏิเสธ H_0 เมื่อ $\chi^2 > \chi^2_{\alpha, (r-1)(c-1)}$

สถิติทดสอบ $\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$ มีการแจกแจงแบบไคสแควร์

ตัวของศาอิสระ หรือ $df = (r-1)(c-1)$ โดยที่

O_{ij} = ความถี่ของแถวอนที่ i และแถวตั้ง (ลักษณะที่ 2) ที่ j

E_{ij} = ความถี่ของข้อมูลที่มีลักษณะที่ 1 ในระดับที่ i และมีลักษณะที่ 2 ในระดับที่

j เมื่อ $i = 1, 2, \dots, r; j = 1, 2, \dots, c$

$$E_{ij} = \frac{(r_i)(c_j)}{n}$$

r_i = จำนวนข้อมูลที่มีลักษณะที่หนึ่งในระดับที่ i

$$r_i = \sum_{j=1}^c O_{ij} \text{ เมื่อ } i = 1, 2, \dots, r$$

c_j = จำนวนข้อมูลที่มีลักษณะที่หนึ่งในระดับที่ j

$$c_j = \sum_{i=1}^r O_{ij} \text{ เมื่อ } j = 1, 2, \dots, c$$

n = จำนวนข้อมูลทั้งหมด

$$n = \sum_{i=1}^r r_i = \sum_{j=1}^c c_j = \sum_{j=1}^c \sum_{i=1}^r O_{ij}$$

ข้อจำกัดในการทดสอบ มีดังนี้

1. ความถี่ที่คาดไว้ของแต่ละระดับไม่ควรต่ำกว่า 5

2. ในกรณีที่ระดับของข้อมูล ในแต่ละลักษณะ มีเพียง 2 ระดับ ($r=2, c=2$) องศา

อิสระจะเหลือเพียง $1 = (r-1)(c-1)$ จะมีผลให้ค่าไคสแควร์สูงกว่าที่ควรจะเป็น จึงต้องใช้สูตรปรับค่า

ไคสแควร์ ยกเว้นมีขนาดตัวอย่างมากกว่า 50 ตัวอย่าง

$$\text{สูตรปรับค่าไคสแควร์ } \chi^2 = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{(|O_{ij} - E_{ij}| - 0.5)^2}{E_{ij}}$$

9.5 การวิเคราะห์ความถดถอยและสหสัมพันธ์ (Regression Analysis and Correlation)

(กัลยา, 2550; 252 - 354)

การวิเคราะห์ความถดถอยหรือการประมาณหรือการพยากรณ์ เป็นวิธีการทางสถิติที่ใช้สร้างสมการเส้นตรงหรือเส้นโค้งที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสองตัวหรือมากกว่า ซึ่งประกอบตัวแปรตามหนึ่งตัว (dependent variable) กับตัวแปรอิสระอย่างน้อยหนึ่งตัว (independent variable) เช่น ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ขึ้นอยู่กับเจตคติความชอบในวิชาเรียน ในที่นี้ตัวแปรอิสระ (X) คือเจตคติความชอบในวิชาเรียน ส่วนตัวแปรตาม (Y) คือผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน การวิเคราะห์ความถดถอยมี 2 ประเภทคือ ความถดถอยอย่างง่าย (Simple Regression) และความถดถอยพหุคูณหรือเชิงซ้อนหรือเชิงพหุ (Multiple Regression) ซึ่งการวิเคราะห์ความถดถอยสามารถนำไปใช้ในการสร้างโมเดลสำหรับการพยากรณ์ค่าของตัวแปรตามได้

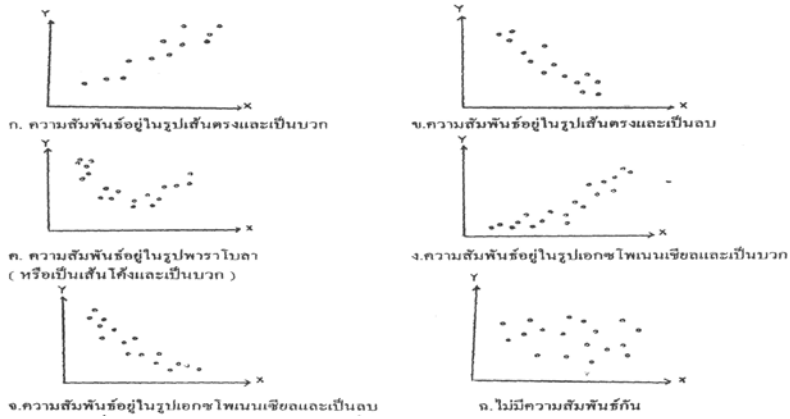
วัตถุประสงค์ของการวิเคราะห์ความถดถอยและสหสัมพันธ์ มีดังนี้

1. เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรว่ามีความสัมพันธ์กันมากน้อยเพียงใด ถ้า X และ Y มีความสัมพันธ์กันมาก แสดงว่า ถ้า X มีค่าเปลี่ยนแปลงไปจะมีผลกระทบต่อค่าของ Y เป็นอย่างมาก
2. ใช้ความสัมพันธ์ที่วิเคราะห์ได้มาประมาณค่าหรือพยากรณ์ค่า Y ในอนาคต เมื่อกำหนดค่า X

9.5.1 การวิเคราะห์ความถดถอยอย่างง่าย (Simple Regression Analysis)

เป็นการศึกษาถึงข้อมูลที่ประกอบด้วยตัวแปร 2 ตัว หรือ เรียกว่า ตัวแปรคู่ (bivariate data) ที่เป็นตัวแปรเชิงปริมาณ หรือข้อมูลต่อเนื่อง (Quantitative variables) โดยการวิเคราะห์จะนำตัวแปรทั้งสองมาพิจารณาพร้อม ๆ กัน เพื่อศึกษาถึงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 2 ตัว หรือ 2 ลักษณะ ในลักษณะเชิงเส้นตรง (linear) โดยที่ต้องทราบค่าของตัวแปรตัวหนึ่ง หรือต้องกำหนดค่าของตัวแปรตัวหนึ่งไว้ล่วงหน้า ตัวแปรที่ต้องการทราบค่าหรือต้องการพยากรณ์ เรียกว่า ตัวแปรตาม มีสัญลักษณ์แทนด้วย y และตัวแปรตามขึ้นอยู่กับตัวแปรอีกตัวหนึ่งเป็นตัวแปรที่ทราบค่า เรียกว่า ตัวแปรอิสระ มีสัญลักษณ์แทนด้วย x เช่น คะแนนสอบ (y) ขึ้นอยู่กับระยะเวลาในการเตรียมตัวสอบ (x) ฯลฯ การวิเคราะห์ความถดถอยจะเกี่ยวข้องกับการประมาณค่าหรือการพยากรณ์ค่าของตัวแปรตาม เมื่อกำหนดค่าของตัวแปรอิสระ โดยพยายามให้ค่าที่ประมาณหรือค่าที่พยากรณ์ได้มีความคลาดเคลื่อนน้อย หรือมีค่าใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากที่สุด

9.5.1.1 แผนภาพการกระจาย (Scatter Diagram) เป็นการ แสดงลักษณะความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ (X) และตัวแปรตาม (Y) ว่ามีลักษณะแบบใด ซึ่งในการวิเคราะห์ Regression และ Correlation จำเป็นต้องดูลักษณะของความสัมพันธ์ทั้ง X และ Y ว่ามีความสัมพันธ์ในเชิงเส้นตรงหรือไม่ ก่อนจะไปทำการวิเคราะห์ต่อไปโดยนำค่า X และ Y มาทำ Scatter Plot มีลักษณะ ดังนี้



ภาพที่ 11 แผนภาพการกระจายแสดงลักษณะความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร X และตัวแปร Y (กัลยา, 2550: 253)

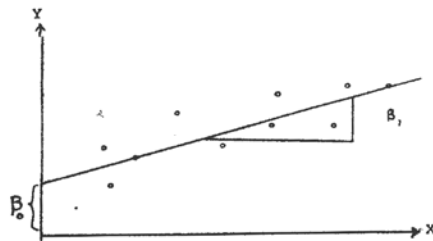
จากภาพที่ 11 ก และ ข แสดงความสัมพันธ์ของ X และ Y ในลักษณะเชิงเส้นตรง ที่มีความสัมพันธ์ในทางเดียวกันหรือเป็นบวกในภาพที่ ก และมีความสัมพันธ์ในทางตรงกันข้ามกันหรือเป็นลบในภาพที่ ข จึงเรียกความสัมพันธ์นี้ว่า การวิเคราะห์ความถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย (Simple linear Regression Analysis)

9.5.1.2 สมการการวิเคราะห์ความถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย (Simple linear Regression Analysis) จากแผนภาพการกระจายระหว่าง 2 ตัวแปร ที่มีความสัมพันธ์กันในเชิงเส้นตรง จะสามารถเขียนรูปแบบสมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ 1 ตัว และตัวแปรตาม 1 ตัว โดยอาศัยรูปแบบสมการเส้นตรงทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

$$\hat{Y} = a + bX_i$$

การประมาณค่า β_0 และ β_1 ด้วย a และ b ตามลำดับนั้น มีเป้าหมายเพื่อให้ความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าต่ำสุด โดยใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดเนื่องจาก

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + e_i$$



ภาพที่ 12 สมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย(กัลยา, 2550: 254)

โดยที่ a เป็น ค่าระยะตัดแกน Y (Y-intercept) คือ ค่าที่เส้นตรงตัดแกน Y หรือ ค่า Y เมื่อ X = 0 นั่นเอง

b เป็น ค่าความชัน (slope) ของเส้นตรง คือ ค่าแสดงให้ทราบว่า เมื่อ X มีค่าเปลี่ยนไป 1 หน่วย Y จะเปลี่ยนไปโดยเฉลี่ยเท่าใดหรือเรียกค่านี้ว่า สัมประสิทธิ์ความถดถอย (regression coefficient)

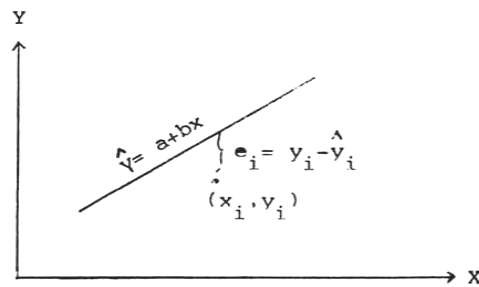
ถ้า b มีค่าเป็นบวก หรือมากกว่า 0 หมายความว่า X และ Y มีความสัมพันธ์ไปในทิศทางเดียวกัน

ถ้า b มีค่าเป็นลบ หรือน้อยกว่า 0 หมายความว่า X และ Y มีความสัมพันธ์ไปในทิศทางตรงกันข้าม

ถ้า b มีค่าเท่ากับ 0 หมายความว่า การเปลี่ยนแปลงของ Y ไม่ขึ้นกับการเปลี่ยนแปลงของ X

e_i เป็นความคลาดเคลื่อนสุ่มของการประมาณ Y โดยที่

$$e_i = Y_i - \hat{Y}_i \text{ และ } \hat{Y}_i = a + bX_i$$



ภาพที่ 13 ความคลาดเคลื่อนสุ่มของการประมาณ Y (กัลยา, 2550: 259)

ข้อสมมติเบื้องต้นของความคลาดเคลื่อน มี ดังนี้

1. ค่า X จะต้องเป็นค่าที่กำหนดไว้ล่วงหน้าหรือทราบค่า
2. ความคลาดเคลื่อน เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติ โดยที่ $\mu_\epsilon = 0$ และ $\sigma_\epsilon^2 = \sigma^2$
3. e_i แต่ละตัวต้องเป็นอิสระต่อกัน นั่นคือ $E(e_i, e_j) = 0$ เมื่อ

$$i \neq j$$

กำหนดให้

$$\begin{aligned}
 S &= \sum e_i^2 \\
 &= \sum (y_i - \hat{Y}_i)^2 \\
 &= \sum (y_i - a - bX_i)^2
 \end{aligned}$$

การหาค่า a และ b ที่ทำให้ S มีค่าต่ำสุด โดยการใช้อนุพันธ์เชิงส่วน (Partial derivation) จะได้สมการปกติ (Normal Equations) ดังนี้

$$\sum_{i=1}^n Y_i = na + b \sum_{i=1}^n X_i$$

$$\sum_{i=1}^n X_i Y_i = a \sum_{i=1}^n X_i + b \sum_{i=1}^n X_i^2$$

จากการแก้สมการข้างต้น จะได้

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_i\right)\left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)}{n}}{\sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_i\right)^2}{n}}$$

$$b = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i}{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n X_i\right)^2}$$

$$b = \frac{SS_{xy}}{SS_{xx}}$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

$$SS_{xx} = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_i\right)^2}{n}$$

$$SS_{xy} = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_i\right)\left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)}{n}$$

$$SS_{yy} = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)^2}{n}$$

โดยที่

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n}$$

การประมาณค่า β_0 และ β_1 ด้วยค่า a และ b โดยใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดนี้ จะทำให้ $\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2$ มีค่าต่ำสุด และทำให้จุด (\bar{X}, \bar{Y}) เป็นจุดที่อยู่บนเส้นถดถอยด้วย

9.5.1.3 ช่วงความเชื่อมั่น (Confidence Interval) ข้อมูลที่ใช้สร้างสมการเส้นตรงที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร X และ Y นั้น มาจากตัวอย่าง ค่าต่าง ๆ ที่คำนวณได้จึงเป็นเพียงค่าประมาณแบบจุด การนำค่าประมาณแบบจุดของพารามิเตอร์ไปใช้ อาจทำให้ผู้ใช้เกิดความ

ไม่มั่นใจได้ว่า ค่าประมาณแบบจุดที่ได้ ใกล้เคียงกับค่าจริงเพียงใด ค่าประมาณแบบช่วงจึงเป็นอีก ทางเลือกหนึ่ง ค่าประมาณแบบช่วงของ β_0 β_1 $\mu_{y/x}$ และ Y สามารถหาได้จากสูตร ดังต่อไปนี้

ค่าประมาณแบบช่วงของค่าจุดตัดแกน Y หรือ β_0 ที่ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)$ 100% ของ β_0 หาได้จาก $a \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-2} \cdot S_a$ คือ

$$a - t_{\frac{\alpha}{2}, n-2} \cdot S_a < \beta_0 < a + t_{\frac{\alpha}{2}, n-2} \cdot S_a$$

ค่าประมาณแบบช่วงของ slope ของเส้นตรง หรือ β_1 ที่ช่วงความ เชื่อมั่น $(1-\alpha)$ 100% ของ β_1 หาได้จาก $b \pm t_{1-\frac{\alpha}{2}, n-2} \cdot S_b$ คือ

$$b - t_{\frac{\alpha}{2}, n-2} \cdot S_b < \beta_1 < b + t_{\frac{\alpha}{2}, n-2} \cdot S_b$$

ค่าประมาณแบบช่วงของค่าเฉลี่ยของ Y สำหรับค่า X ค่าหนึ่ง หรือ $\mu_{y/x}$ ที่ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)$ 100% ของ $\mu_{y/x}$ หาได้จาก

$$V(\bar{Y}_x) = \sigma_{y/x}^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{(X_i - \bar{X})^2}{SS_x} \right) \text{ เมื่อ } V(\bar{Y}_x) \text{ เป็นความแปรปรวนของ } \bar{Y}_x \text{ และ } \bar{Y}_x \text{ เป็นค่าเฉลี่ย}$$

ของตัวอย่างที่ได้มาจากการสมการถดถอย เมื่อ X มีค่าใดค่าหนึ่ง คือ

$$\bar{Y}_x - t_{\frac{\alpha}{2}, n-2} \cdot \sqrt{V(\bar{Y}_x)} \leq \mu_{y/x} \leq \bar{Y}_x + t_{\frac{\alpha}{2}, n-2} \cdot \sqrt{V(\bar{Y}_x)}$$

ค่าประมาณแบบช่วงของค่า Y ที่ค่า X ค่าหนึ่ง หรือ y_x ที่ช่วงความ เชื่อมั่น $(1-\alpha)$ 100% ของ y_x หาได้จาก $V(\bar{Y}_x) = \sigma_{y/x}^2 \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_i - \bar{X})^2}{SS_x} \right)$ คือ

$$\hat{Y}_x - t_{\frac{\alpha}{2}, n-2} \cdot \sqrt{V(Y_x)} \leq Y_x \leq \hat{Y}_x + t_{\frac{\alpha}{2}, n-2} \cdot \sqrt{V(Y_x)}$$

9.5.1.4 การทดสอบสมมติฐาน

1. การทดสอบสมมติฐานค่าคงที่ β_0

สมมติฐานว่าง $H_0 : \beta_0 = 0$

สมมติฐานแย้ง $H_1 : \beta_0 \neq 0$

เขตปฏิเสธ H_0 เมื่อ $|t| > t_{\frac{\alpha}{2}, n-2}$

สถิติทดสอบ $t = \frac{a - \beta_0}{S_a}$ โดยที่การแจกแจง t มี $df = n-2$

$$\text{เมื่อ } S_a = S_{y.x} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}^2}{\sum (X - \bar{X})^2}}$$

2. การทดสอบสมมติฐาน β_1

สมมติฐานว่าง $H_0 : \beta_1 = 0$

สมมติฐานแย้ง $H_1 : \beta_1 \neq 0$

เขตปฏิเสธ H_0 เมื่อ $|t| > t_{\frac{\alpha}{2}, n-2}$

สถิติทดสอบ $t = \frac{b - \beta_1}{S_b}$ โดยที่การแจกแจง t มี $df = n-2$

$$\text{เมื่อ } S_b = \frac{S_{y \cdot x}}{\sqrt{\sum (X - \bar{X})^2}}$$

3. การทดสอบสมมติฐาน β_1 โดยใช้การทดสอบความแปรปรวน

สมมติฐานว่าง $H_0 : \beta_1 = 0$

สมมติฐานแย้ง $H_1 : \beta_1 \neq 0$

เขตปฏิเสธ H_0 เมื่อ $F > F_{\alpha, (1, n-2)}$

สถิติทดสอบ $F = \frac{MSR}{MSE}$ โดยที่การแจกแจง F มี $df = 1, n-2$

เมื่อ

$$SST = \sum (Y_i - \bar{Y})^2$$

$$SSR = \sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 = bSS_{xy} = \frac{(SS_{xy})^2}{SS_{xx}}$$

$$SSE = \sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = SS_{yy} - 2bSS_{xy} + bSS_{xy} = SS_{yy} - \frac{(SS_{xy})^2}{SS_{xx}}$$

ค่าประมาณความแปรปรวน

$$\sigma_{Y \cdot X}^2 = S_{y \cdot x}^2 = S^2 = \frac{\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-2} = \frac{SSE}{n-2}$$

$$\hat{V}(b) = S_b^2 = V(SS_{xy} / SS_{xx}) = \frac{S^2}{SS_{xx}}$$

$$S_b = \frac{S}{\sqrt{SS_{xx}}}$$

ค่าความคลาดเคลื่อน $e_i = Y_i - \hat{Y}_i$

ตารางที่ 4 การทดสอบความแปรปรวนของ ANOVA

	Sum of			
Model	Squares	df	Mean Square	F
Regression	SSR	1	MSR=SSR/1	MSR/MSE
Residual	SSE	n-2	MSE=SSE/n-2	
Total	SST	n-1		

4. การทดสอบสัมประสิทธิ์ การตัดสินใจหรือ สัมประสิทธิ์การอธิบาย

(Coefficient of Determination: r^2 or R^2)

สัมประสิทธิ์ การตัดสินใจหรือ สัมประสิทธิ์การอธิบาย หมายถึง สัดส่วนที่ตัวแปร X สามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงของตัวแปร Y ได้ ดังนั้นถ้า r^2 or R^2 มีค่ามาก แสดงว่า Y และ X มีความสัมพันธ์กันมาก หรือ X สามารถอธิบายเปลี่ยนแปลงของตัวแปร Y ได้มาก โดยที่

$R^2 = r^2 =$ ความแปรปรวนของ Y ที่เกิดจาก X หารด้วยความแปรปรวนของ Y ทั้งหมด

$$\therefore R^2 = r^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{bSS_{xy}}{SS_{yy}}$$

แต่เนื่องจาก $SST = SSR + SSE$

$$\therefore R^2 = r^2 = 1 - \frac{SSE}{SST}$$

ดังนั้น $0 \leq r^2 \leq 1$ เนื่องจาก $SST > SSR$ โดย r^2 จะไม่มีหน่วย และมีค่าเข้าใกล้ 1 แสดงว่าเปอร์เซ็นต์ที่ X สามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงของ Y มีค่ามาก หรือ X และ Y มีความสัมพันธ์กันมาก แต่ถ้า r^2 มีค่าเข้าใกล้ 0 แสดงว่าเปอร์เซ็นต์ที่ X สามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงของ Y มีค่าน้อย และมักอ่านค่าเป็นร้อยละ

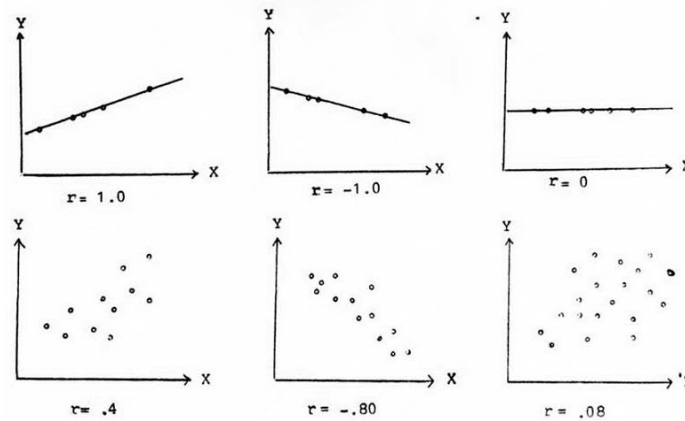
5. การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation, Pearson's Product Moment Correlation, r)

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่คำนวณได้ ก็คือเกณฑ์การตัดสินใจเกี่ยวกับขนาดของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ เกณฑ์นี้ไม่สามารถจะระบุชี้ชัดลงไป ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความสำคัญของงานวิจัยหรือตัวแปรที่ศึกษาด้วย สหสัมพันธ์ที่พบระหว่างตัวแปรมีค่า 0.20 อาจจะไม่มีความสำคัญสำหรับนักวิจัยคนหนึ่ง แต่อาจมีสำคัญอย่างใหญ่หลวงกับนักวิจัยอีกคนหนึ่ง โดยเฉพาะงานวิจัยที่เกี่ยวกับทางการแพทย์ เช่นการศึกษาความสัมพันธ์ของยาชนิดใหม่กับความปลอดภัยในชีวิตมนุษย์ เป็นต้น แต่อย่างไรก็ตามได้มีผู้กำหนดเกณฑ์การแปลความหมายของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ไว้ดังนี้

Cohen (Runyon and Other, 1996: 238 อ้างถึงใน Cohen, 1988) ได้แนะนำว่าสหสัมพันธ์ที่มีขนาดเล็ก หรือมีความสัมพันธ์กันน้อย ค่าสหสัมพันธ์จะอยู่ระหว่าง -0.29 ถึง -0.10 หรือ 0.10 ถึง 0.29 ส่วนสหสัมพันธ์ที่มีขนาดปานกลาง หรือมีความสัมพันธ์กันปานกลาง ค่าสหสัมพันธ์จะอยู่ระหว่าง -0.49 ถึง -0.30 หรือ 0.30 ถึง 0.49 และสหสัมพันธ์ที่มีขนาดใหญ่ หรือมีความสัมพันธ์กันสูง ค่าสหสัมพันธ์จะอยู่ระหว่าง -1.00 ถึง -0.50 หรือ 0.50 ถึง 1.00

แต่ Devore and Peck (1993: 129) ได้แนะนำเกี่ยวกับขนาดของสหสัมพันธ์ไว้ว่า ถ้าสหสัมพันธ์กันสูง ค่าสหสัมพันธ์จะมีค่าน้อยกว่า - 0.80 หรือมีค่ามากกว่า 0.80 ถ้า

สัมพันธกันปานกลาง ค่าสหสัมพันธ์จะมีค่าอยู่ระหว่าง - 0.50 ถึง -0.80 หรือ 0.80 ถึง 0.50 และ
สัมพันธกันต่ำ ค่าสหสัมพันธ์ควรมีค่าอยู่ระหว่าง -0.50 ถึง 0.50



ภาพที่ 14 ขนาดต่าง ๆ ของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (กัลยา, 2550: 280)

ขนาดของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ โดยมีค่า $-1 < r < 1$ นักสถิติได้

อธิบายความหมายของค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่คำนวณได้ดังนี้

ถ้า $r = 0$ แสดงว่าไม่มีความสัมพันธ์กัน (independent)

ถ้า $r < .30$ แสดงว่ามีความสัมพันธ์กันน้อย

ถ้า $.50 < r < .80$ แสดงว่ามีความสัมพันธ์ในระดับปานกลาง

ถ้า $r > .80$ แสดงว่ามีความสัมพันธ์กันสูง

ถ้า r มีค่าห่างจากค่า 0 มาก แสดงว่า มีความสัมพันธ์กัน

(dependent)

ถ้า $r < 0$ หมายถึงตัวแปร X และ Y มีความสัมพันธ์ในทิศทาง

ตรงกันข้าม

ถ้า $r > 0$ หมายถึงตัวแปร X และ Y มีความสัมพันธ์ในทิศทาง

เดียวกัน

ถ้า $r = 1$ เป็น Perfect positive relationship

ถ้า $r = -1$ เป็น Perfect negative relationship

ความสัมพันธ์ระหว่าง สัมประสิทธิ์การ ตัดสินใจกับ สัมประสิทธิ์ สหสัมพันธ์ ก็คือการนำค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์มายกกำลังสอง (r^2) จะเรียกว่า สัมประสิทธิ์การ ตัดสินใจแปลความหมายได้ว่า เปอร์เซ็นต์ของความแปรปรวนในตัวแปรหนึ่งสามารถอธิบายหรือ ทำนายได้ด้วยตัวแปรอื่น ๆ ตัวอย่างเช่น ความสัมพันธ์ระหว่างความถนัดทางการเรียนกับ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน มีค่าสหสัมพันธ์ $r = -0.617$ ดังนั้นสัมประสิทธิ์การอธิบายจะเท่ากับ $r^2 = 0.381$ เราจะแปลความหมายสัมประสิทธิ์การอธิบายได้ว่า 38.1% ของความแปรปรวนในผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนสามารถอธิบายหรือทำนายได้ด้วยความถนัดทางการเรียน

เราสามารถคำนวณสัมประสิทธิ์ของการไม่อธิบาย (coefficient of nondetermination) ซึ่งจะบอกถึงเปอร์เซ็นต์ของความแปรปรวนในตัวแปรหนึ่งไม่สามารถอธิบายหรือทำนายได้ด้วยตัวแปรอื่น ๆ ดังนั้นสัมประสิทธิ์ของการไม่อธิบายจะคำนวณได้ด้วยสูตร $(1 - r^2)$ ในตัวอย่างข้างต้น $(1 - 0.381) = 0.619$ ดังนั้น 61.9% ของความแปรปรวนในผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่สามารถอธิบายหรือทำนายได้ด้วยคะแนนทางการเรียน ดังนั้นสัมประสิทธิ์การอธิบายและสัมประสิทธิ์ของการไม่อธิบายจะมีผลรวมเท่ากับ 1.00

การคำนวณสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (r)

$$r_{xy} = \frac{S_{xy}}{S_x S_y}$$

$$r_{xy} = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \sum (y - \bar{y})^2}}$$

การทดสอบสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Test of Correlation) ทดสอบว่าตัวแปรคู่หนึ่งมีความสัมพันธ์กันหรือไม่

สมมติฐานว่าง $H_1 : \rho = 0$ หรือ ตัวแปรคู่หนึ่งไม่มีความสัมพันธ์กัน

สมมติฐานแย้ง $H_1 : \rho \neq 0$ หรือ ตัวแปรคู่หนึ่งมีความสัมพันธ์กัน

เขตปฏิเสธ H_0 เมื่อ $|t| > t_{\alpha/2, n-2}$ ($n < 30$) และ

$|Z| > Z_{\alpha/2, n-2}$ ($n \geq 30$)

สถิติทดสอบ $t = z = \frac{r - 0}{\sqrt{V(r)}} = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$ โดยที่การแจกแจง t และ

Z มี $df = n-2$

9.5.2 การวิเคราะห์ความถดถอยเชิงซ้อนหรือพหุคูณ (Multiple Regression Analysis)

การวิเคราะห์ความถดถอยเชิงซ้อนหรือพหุคูณ คือ การวิเคราะห์การถดถอยที่มีตัวแปรอิสระ ที่เราศึกษานั้นมีค่ามากกว่า 1 ตัวแปร และตัวแปรตาม 1 ตัว ผลที่ได้จากการวิเคราะห์สามารถสรุปได้เป็นความสัมพันธ์ อยู่ในรูปของสมการเส้นตรง และสามารถอธิบายและเปรียบเทียบความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระแต่ละตัว ว่าตัวแปรใดมีอิทธิพลต่อการเปลี่ยนแปลง Y มากที่สุด สามารถเขียนอยู่ในรูปแบบความสัมพันธ์ในรูปของสมการได้ดังนี้

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \dots + \beta_k X_k + e$$

ข้อสมมติเบื้องต้นของความคลาดเคลื่อน มี ดังนี้

1. ค่าความคลาดเคลื่อน e เป็นตัวแปรที่มีการแจกแจงแบบปกติ
2. ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนเป็นศูนย์ นั่นคือ $E(e) = 0$
3. ค่าแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเป็นค่าคงที่ที่ไม่ทราบค่า $V(e) = \sigma_e^2$
4. e_i แต่ละตัวต้องเป็นอิสระต่อกัน นั่นคือ $E(e_i, e_j) = 0$ เมื่อ $i \neq j$

9.5.2.1 สมการการวิเคราะห์ความถดถอยเชิงซ้อนหรือพหุคูณ จากสมการ

ถดถอยเชิงซ้อน

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki} + e_i$$

จะประมาณค่า Y ได้ด้วยสมการ

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \hat{\beta}_3 X_{3i} + \dots + \hat{\beta}_k X_{ki} \text{ หรือ}$$

$$\hat{Y}_i = a + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + b_3 X_{3i} + \dots + b_k X_{ki}$$

การประมาณค่า $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_k$ ด้วย $a, b_1, b_2, b_3, \dots, b_k$

และ β_1 โดยใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดนี้ จะทำให้ $\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2$ มีค่าต่ำสุด

จากสมการถดถอยเชิงซ้อน ที่แสดงในรูปของเมตริกซ์ ดังนี้

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{21} & X_{31} & \dots & X_{k1} \\ 1 & X_{22} & X_{32} & \dots & X_{k2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & X_{2n} & X_{3n} & \dots & X_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}$$

$n \times 1$ $n \times (k+1)$ $(k+1) \times 1$ $n \times 1$

จะมีรูปแบบ คือ $Y_{n \times 1} = X_{n \times (k+1)} \beta_{(k+1) \times 1} + e_{n \times 1}$

การหาค่า $a, b_1, b_2, b_3, \dots, b_k$ เมื่อ $k \geq 2$ จากชุดของสมการปกติ $k+1$ ในรูปของเมตริกซ์ จากกรณีที่ $k=2$ ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} n & \sum X_1 & \sum X_2 \\ \sum X_1 & \sum X_1^2 & \sum X_1 X_2 \\ \sum X_2 & \sum X_1 X_2 & \sum X_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum Y \\ \sum X_1 Y \\ \sum X_2 Y \end{bmatrix}$$

หรือใช้สัญลักษณ์ $XX_b = XY$ โดยที่

$$X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} \\ 1 & X_{12} & X_{22} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} a \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} \quad XX = \begin{bmatrix} n & \sum X_1 & \sum X_2 \\ \sum X_1 & \sum X_1^2 & \sum X_1 X_2 \\ \sum X_2 & \sum X_1 X_2 & \sum X_2^2 \end{bmatrix}_{(k+1) \times (k+1)}$$

$$X'Y = \begin{bmatrix} \sum Y \\ \sum X_1 Y \\ \sum X_2 Y \end{bmatrix}_{(k+1) \times 1} \quad \text{ดังนั้น}$$

$$b = \begin{bmatrix} a \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = (X'X)^{-1} X'Y = \begin{bmatrix} n & \sum X_1 & \sum X_2 \\ \sum X_1 & \sum X_1^2 & \sum X_1 X_2 \\ \sum X_2 & \sum X_1 X_2 & \sum X_2^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum Y \\ \sum X_1 Y \\ \sum X_2 Y \end{bmatrix}$$

9.5.2.2 การทดสอบสมการถดถอยเชิงซ้อนโดยการวิเคราะห์ความแปรปรวน

จำแนกทางเดียว

จากสมการถดถอยเชิงซ้อน

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \dots + \beta_k X_k + e$$

ค่าแปรปรวนของ Y = ค่าแปรปรวนที่เกิดจากอิทธิพลของ X_1, X_2, \dots, X_k + ค่าแปรปรวนอย่างสุ่ม

$$SST = SSR + SSE$$

โดยที่

$$SSR = b'X'Y - n\bar{y}^2$$

$$SST = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{y})^2 = Y'Y - n\bar{y}^2$$

$$SSE = \sum_{i=1}^n [Y_i - (a + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + b_k X_k)]^2$$

$$SSE = SST - SSR = Y'Y - b'X'Y$$

ตารางที่ 5 การทดสอบความแปรปรวนของ ANOVA

Model	Sum of Squares	df	Mean Square	F
Regression	SSR	k	MSR=SSR/k	MSR/MSE
Residual	SSE	n-k-1	MSE=SSE/(n-k-1)	
Total	SST	n-1		

จากตารางการวิเคราะห์ค่าความแปรปรวน สามารถทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่าง Y และ X_1, X_2, \dots, X_k ดังนี้

สมมติฐานว่าง $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$

สมมติฐานแย้ง $H_1 : \beta_i \neq 0 ; i = 1, 2, \dots, k$

เขตปฏิเสธ H_0 เมื่อ $F > F_{\alpha, (k, n-k-1)}$

สถิติทดสอบ $F = \frac{MSR}{MSE}$ โดยที่การแจกแจง F มี $df = k, n-k-1$

9.5.2.3 การประมาณค่าความคลาดเคลื่อนของความถดถอย (Estimation of Standard Deviation of Regression)

การประมาณค่าความคลาดเคลื่อนของความถดถอย หรือการประมาณค่าความแปรปรวนของการประมาณความคลาดเคลื่อน ซึ่งเกิดจากการพยากรณ์หรือประมาณค่า Y ด้วย \hat{Y} คือ e ในกรณีที่ที่มีตัวแปรอิสระ k ตัว จะได้ค่าความแปรปรวนของการประมาณ คือ

$$S_e^2 = S_{Y.12\dots k}^2 = S^2$$

โดยที่

$$S^2 = \frac{SSE}{n-k-1} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-k-1}$$

ดังนั้นค่าความคลาดเคลื่อนหรือค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าประมาณ

คือ

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{SSE / (n - k - 1)} = \sqrt{MSE}$$

ในกรณีที่มีตัวแปรอิสระ 2 ตัว ($k=2$) คือ X_1 และ X_2 จะได้

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-2-1} = MSE$$

9.5.2.4 การประมาณค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของ b_i สัมประสิทธิ์ความถดถอย

การประมาณค่า β_i ด้วยค่า b_i แบบช่วงนั้น เราต้องทราบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของ b_i ; $i = 1, 2, \dots, k$ โดยมีค่าแปรปรวนของ b_i คือ $S_{b_i}^2 = (X'X)^{-1} S^2$ ในกรณีที่มีตัวแปรอิสระ 2 ตัว ($k=2$) คือ X_1 และ X_2 จะได้

$$b = \begin{bmatrix} a \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad S^2 = \begin{bmatrix} S_a^2 & S_{a,b1} & S_{a,b2} \\ S_{a,b1} & S_a^2 & S_{b1,b2} \\ S_{a,b2} & S_{b1,b2} & S_b^2 \end{bmatrix}$$

และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของ b_i คือ

$$S_a = \sqrt{S_a^2}$$

$$S_{b1} = \sqrt{S_{b1}^2} = \frac{S}{\sqrt{\sum x_1^2 (1 - r_{12}^2)}}$$

$$S_{b2} = \sqrt{S_{b2}^2} = \frac{S}{\sqrt{\sum x_2^2 (1 - r_{12}^2)}}$$

โดยที่ $x_i = (X_{ij} - \bar{X}_i)$

r_{12} = สัมประสิทธิ์อย่างง่ายระหว่าง X_1 และ X_2 คือ

$$r_{12} = \frac{\sum x_1 x_2}{\sqrt{(\sum x_1^2 \sum x_2^2)}}$$

9.5.2.5 การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยแบบช่วง

ในการประมาณค่า β_i แบบช่วง จะต้องทราบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของ b_i โดยแบ่งเป็น

1. ตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n < 30$)

ค่าประมาณแบบช่วงของ β_i ที่ระดับความเชื่อมั่น $(1-\alpha)$ 100% คือ

$$b_i \pm t_{\alpha/2, n-k-1} S_{bi}$$

2. ตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n \geq 30$)

ค่าประมาณแบบช่วงของ β_i ที่ระดับความเชื่อมั่น $(1-\alpha)$ 100% คือ

$$b_i \pm Z_{\alpha/2} S_{bi}$$

9.5.2.6 การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับสัมประสิทธิ์ความถดถอย

จากการที่มีตัวแปรอิสระ k ตัว มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม Y จะทดสอบสมมติฐาน ดังนี้

1. การทดสอบสมมติฐาน β_0

สมมติฐานว่าง $H_0 : \beta_0 = 0$

สมมติฐานแย้ง $H_1 : \beta_0 \neq 0$

เขตปฏิเสธ H_0 เมื่อ $|t| > t_{\alpha/2, n-k-1}$

สถิติทดสอบ $t = \frac{a - \beta_0}{S_a}$ โดยที่การแจกแจง t มี $df = n-k-1$

2. การทดสอบสมมติฐาน β_i

สมมติฐานว่าง $H_0 : \beta_i = 0$

สมมติฐานแย้ง $H_1 : \beta_i \neq 0$

เขตปฏิเสธ H_0 เมื่อ $|t| > t_{\alpha/2, n-k-1}$

สถิติทดสอบ $t = \frac{b_i - \beta_i}{S_{bi}}$ โดยที่การแจกแจง t มี $df = n-k-1$

3. การทดสอบสมมติฐาน β_i โดยใช้การทดสอบความแปรปรวนจาก

ตาราง ANOVA

สมมติฐานว่าง $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$

สมมติฐานแย้ง $H_1 : \beta_i \neq 0; i = 1, 2, \dots, k$

เขตปฏิเสธ H_0 เมื่อ $F > F_{\alpha, (k, n-k-1)}$

สถิติทดสอบ $F = \frac{MSR}{MSE}$ โดยที่การแจกแจง F มี $df = k, n-k-1$

9.5.2.7 สัมประสิทธิ์การตัดสินใจเชิงซ้อน (Multiple Coefficient of

Determination: R^2 or r^2)

สัมประสิทธิ์การตัดสินใจเชิงซ้อน หมายถึงสัดส่วนหรือเปอร์เซ็นต์ที่ตัวแปรอิสระ X_1, X_2, \dots, X_k สามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงของ Y ได้ โดยจะใช้สัญลักษณ์ $R^2_{Y.123\dots k}$ ซึ่งทั่วไปจะใช้ R^2 ดังนี้

$$r^2 = R^2 = \frac{(SST - SSE)}{SST} = 1 - \frac{SSE}{SST}$$

โดยที่ $0 \leq R^2, r^2 \leq 1$

เมื่อมีการเพิ่มตัวแปรอิสระเข้าไปในสมการถดถอย จะมีผลทำให้ค่า R^2, r^2 มากขึ้น ทั้ง ๆ ที่บางครั้งตัวแปรอิสระบางตัวอาจจะไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตามเลยก็ได้ จึงต้องมีการปรับค่า R^2, r^2 ให้ถูกต้องขึ้น เรียกว่า Adjusted R^2 (R_a^2) โดยที่

$$R_a^2 = 1 - \frac{SSE / (n - k - 1)}{SST / (n - 1)} = 1 + \frac{(n - 1)(R^2 - 1)}{(n - k - 1)}$$

9.5.2.8 สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงส่วน (Coefficient of Partial Correlation)

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงส่วน เป็นค่าที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง Y กับ X ตัวใดตัวหนึ่ง โดยให้ตัวอื่น ๆ คงที่ และมีค่าอยู่ระหว่าง +1 กับ -1 ดังนี้

r_{Yi} = สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร Y กับ X_i เป็นค่าคงที่

r_{ij} = สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร X_i กับ X_j เป็นค่าคงที่ โดย

ที่ $i \neq j$

กรณีที่ตัวแปรอิสระ 2 ตัว

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร Y กับ X_1 คือ

$$r_{Y1} = \frac{\sum (Y - \bar{Y})(X_1 - \bar{X}_1)}{\sqrt{\sum (Y - \bar{Y})^2 \sum (X_1 - \bar{X}_1)^2}} = \frac{\sum yx_1}{\sqrt{(\sum y^2)(\sum x_1^2)}}$$

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร X_1 กับ X_2 คือ

$$r_{12} = \frac{\sum (X_1 - \bar{X}_1)(X_2 - \bar{X}_2)}{\sqrt{\sum (X_1 - \bar{X}_1)^2 \sum (X_2 - \bar{X}_2)^2}} = \frac{\sum x_1x_2}{\sqrt{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2)}}$$

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงส่วน ระหว่างตัวแปร Y กับ X_1 เมื่อ X_2 คงที่

คือ

$$r_{Y1.2} = \frac{r_{Y1} - r_{Y2} \cdot r_{12}}{\sqrt{(1 - r_{Y2}^2)(1 - r_{12}^2)}}$$

กรณีที่ตัวแปรอิสระ 3 ตัว เช่น

$r_{Y1,23}$ = สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงส่วน ระหว่างตัวแปร Y กับ X_1 เมื่อ X_2 และ X_3 คงที่

$$r_{Y1,23} = \frac{r_{Y1,3} - r_{123} \cdot r_{Y2,3}}{\sqrt{(1 - r_{12,3}^2)(1 - r_{Y2,3}^2)}}$$

ซึ่งสามารถแปลความหมายได้ดังตัวอย่าง เช่น

$r_{12} = r_{x_1x_2} = 0.85$ แสดงว่าตัวแปร X_1 และ X_2 มีความสัมพันธ์กันค่อนข้างสูง โดยที่ X_1 และ X_2 จะแปรผันในทิศทางเดียวกัน

$r_{12,3} = r_{x_1x_2x_3} = -0.77$ แสดงว่าเมื่อมีการควบคุมตัวแปร X_3 แล้วพบว่า X_1 และ X_2 มีความสัมพันธ์กันค่อนข้างสูง โดยมีทิศทางตรงกันข้าม เรียก $r_{12,3}$ นี้ว่า Partial Correlation ของ X_1, X_2

9.5.3 การวิเคราะห์ความถดถอยเมื่อมีตัวแปรคุณภาพ

ในการศึกษาหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรหลาย ๆ ตัวนั้น บางครั้งจะพบว่าตัวแปรคุณภาพเข้ามาเกี่ยวข้องด้วย เช่น รายได้ เป็น ตัวแปรเชิงปริมาณ แต่เพศ เป็นตัวแปรคุณภาพ ที่ต้องมีการกำหนดค่าให้ 0 = เพศชาย 1 = เพศหญิง เป็นต้น ตัวแปรคุณภาพ (Categorical Variable) นี้ มักเรียกว่า ตัวแปรเทียม (Dummy Variable) เมื่อมีตัวแปรคุณภาพมีค่าที่เป็นไปได้ k ค่า หรือ k ระดับ จะต้องมีการกำหนดตัวแปรเทียม จำนวน k-1 ตัว และสัมประสิทธิ์ความถดถอยของตัวแปรเทียมจะเป็นค่าที่แสดงผลต่างของค่าเฉลี่ยของ Y เมื่อตัวแปรเทียมมีค่าต่าง ๆ กับเมื่อตัวแปรเทียมทุกตัวมีค่าเป็นศูนย์ ($X_1 = X_2 = \dots = X_{k-1} = 0$) ดังตัวอย่าง

เมื่อตัวแปรตามเป็นตัวแปรคุณภาพ เช่น Y = 1 เมื่อโครงการประสบความสำเร็จ และ Y = 0 เมื่อโครงการประสบความล้มเหลว

เมื่อตัวแปรอิสระเป็นตัวแปรคุณภาพ เช่น ระดับการศึกษามี 3 ระดับ สูงกว่าปริญญาตรี ปริญญาตรี และต่ำกว่าปริญญาตรี สามารถกำหนดตัวแปรได้ดังนี้

$$X_1 = 1 \text{ ถ้าจบสูงกว่าปริญญาตรี, } X_1 = 0 \text{ ถ้าจบระดับอื่น ๆ}$$

$$X_2 = 1 \text{ ถ้าจบปริญญาตรี, } X_2 = 0 \text{ ถ้าจบระดับอื่น ๆ}$$

โดยสามารถอธิบายได้ว่าผู้จบสูงกว่าปริญญาตรี คือ $X_1 = 1, X_2 = 0$ และผู้จบปริญญาตรี คือ $X_1 = 0, X_2 = 1$ ส่วนผู้จบต่ำกว่าปริญญาตรี คือ $X_1 = 0, X_2 = 0$

9.5.4 การเกิดปัญหา Multicollinearity

ในการศึกษาหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรหลาย ๆ ตัวนั้น มีข้อกำหนดว่าตัวแปรอิสระเหล่านั้นจะต้องไม่มีความสัมพันธ์กัน แต่ในทางปฏิบัติบางครั้งตัวแปรอิสระเหล่านั้น มักจะมีความสัมพันธ์กันเอง ถ้ามีความสัมพันธ์กันมาก ก็จะทำให้ค่า Multicollinearity รุนแรงไปด้วย ซึ่งจะมีผลให้ผลลัพธ์ในการวิเคราะห์ความถดถอยผิดพลาดไป ดังนี้

1. ทำให้ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัมประสิทธิ์ความถดถอย (S_{b_j}) สูงขึ้นมาก
2. ทำให้เกิดเครื่องหมายของสัมประสิทธิ์ความถดถอยเป็นไปในทางตรงกันข้าม
3. ทำให้ค่าของสัมประสิทธิ์ความถดถอยเปลี่ยนแปลงไป (ไม่คงที่) เมื่อมีตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น

การป้องกันปัญหา Multicollinearity สามารถทำได้ดังนี้

1. คำนวณหาสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระแต่ละคู่ว่าเป็นศูนย์หรือไม่ ถ้าเป็นศูนย์ แสดงว่าไม่มีความสัมพันธ์กัน
2. ใช้วิธีการ Stepwise ในการเลือกตัวแปรอิสระเข้ามาในสมการถดถอย

9.5.5 การเลือกตัวแปรอิสระเข้ามาในสมการถดถอย

ในการศึกษาเลือกตัวแปรอิสระเข้ามาในสมการถดถอย สามารถกระทำได้เป็น 2 ขั้น ดังนี้

1. การเลือกรูปแบบของสมการถดถอยได้ถูกต้อง ว่าเป็นสมการเส้นตรงหรือไม่ อาจจะอยู่ในรูปสมการกำลังสอง หรืออื่น ๆ ก็ได้
2. การเลือกตัวแปรอิสระเข้ามาในสมการถดถอย มีเทคนิคในการเลือกอยู่ 4 วิธี คือ

1) All Possible Regression หรือวิธี Enter เป็นการเลือกตัวแปรอิสระเข้าสมการถดถอย โดยพิจารณาจากสมการถดถอยที่เป็นไปได้ทั้งหมด

2) Backward Elimination เป็นการเลือกตัวแปรอิสระเข้าสมการถดถอย โดยพิจารณาจากสมการถดถอยประกอบด้วยตัวแปรอิสระทั้งหมดที่คาดว่าจะมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม แล้วใช้สถิติทดสอบ t-test สัมประสิทธิ์ตัวแปรอิสระทีละตัว แล้วตัดตัวแปรที่ไม่มี ความสัมพันธ์ออกทีละตัว

3) Forward Selection เป็นวิธีตรงกันข้ามกับ Backward Elimination คือจะเลือกตัวแปรอิสระเข้าสมการถดถอยทีละตัว โดยพิจารณาจากสมการถดถอยอย่างง่ายทุกตัวแปรอิสระ แล้วใช้สถิติทดสอบ t-test หรือ F-test จากนั้นนำตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตามมากที่สุดเข้ามาในสมการทีละตัว

4) Stepwise Regression เป็นวิธีที่ใช้หลักการทั้งวิธีของ Backward Elimination และ Forward Selection รวมกันนั่นเอง มีวิธีการคือ เลือกตัวแปรอิสระเข้าสมการถดถอยแบบ Forward Selection ทีละตัว แต่ถ้าเมื่อนำเข้ามาแล้วเกิดปัญหาตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กัน ก็จะตัดตัวแปรอิสระที่ไม่มี ความสัมพันธ์ออกแบบ Backward Elimination

9.5.6 การทดสอบตัวแปรอิสระที่ถูกเลือกเข้ามาในสมการถดถอย

การทดสอบว่าตัวแปรอิสระใดสมควรที่จะเพิ่มเข้ามาหรือตัดออกไป เรียกว่า **Partial F test** การทดสอบนี้เกี่ยวข้องกับ regression sum of square ของตัวแปรอิสระ เช่น X_j เมื่อ

ตัวแปรอิสระอื่น ๆ อยู่ในรูปแบบสมการแล้ว พิจารณาจากรูปแบบสมการถดถอย (วีรัชช, 2549 : 144-157)

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

เมื่อ Y คือเวกเตอร์ขนาด $n \times 1$, X คือเมตริกซ์ขนาด $n \times p$, β คือเวกเตอร์ขนาด $p \times 1$, ε คือเวกเตอร์ขนาด $n \times 1$ และ $p = k + 1$

แบ่งสัมประสิทธิ์การถดถอยเป็นส่วน ๆ ดังนี้

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}$$

เมื่อ β_1 คือเวกเตอร์ขนาด $(p - r) \times 1$ และ β_2 คือเวกเตอร์ขนาด $r \times 1$ เมื่อ $r < k$ ถ้าเราต้องการทดสอบสมมติฐาน

$$H_0 : \beta_2 = 0$$

$$H_1 : \beta_2 \neq 0$$

รูปแบบสมการถดถอยที่เรียกว่า **full model** มีเมตริกซ์ X_1 ขนาด $n \times (p - r)$ จะแทนสมการของ X ที่เกี่ยวข้องกับ β_1 และเมตริกซ์ X_2 ขนาด $n \times r$ จะแทนสมการของ X ที่เกี่ยวข้องกับ β_2 คือ

$$Y = X\beta + \varepsilon = X_1\beta_1 + X_2\beta_2 + \varepsilon$$

$$SSR(\beta) = b'X'Y - \frac{(\sum Y)^2}{n}, (df = k)$$

$$MSE = \frac{Y'Y - b'X'Y}{n - p}, (df = n - p)$$

ถ้ายอมรับสมมติฐานว่างว่าเป็นจริง $H_0 : \beta_2 = 0$ จะได้ $Y = X_1\beta_1 + \varepsilon$ ที่เรียกว่า **reduce model** ตัวประมาณค่าโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดของ β_1 ใน reduce model คือ

$$b_1 = (X_1'X_1)^{-1} X_1'Y$$

$$SSR(\beta_1) = b_1X_1'Y - \frac{(\sum Y)^2}{n}, (df = k - r)$$

เมื่อนำ β_2 เข้ามาในสมการที่มี β_1 อยู่แล้ว ที่เรียกว่า extra sum of square จะได้

$$SSR(\beta_2 | \beta_1) = SSR(\beta) - SSR(\beta_1), (df = k - (k - r) = r)$$

และถ้าต้องการทดสอบ $H_0 : \beta_2 = 0$ เมื่อนำ β_2 เข้ามาในสมการที่มี β_1 อยู่แล้ว

ด้วยสถิติทดสอบ **Partial F Test** คือ

$$F = \frac{SSR(\beta_2 | \beta_1)/r}{MSE}, (df = r, n - p) \text{ เมื่อ } r = \text{จำนวนตัวแปรใหม่}, p = k + 1 \text{ หรือ}$$

$$F = \frac{SSR_{full} - SSR_{reduced} / r}{SSE_{full} / n - k - 1}$$

$$F = \frac{(SSE_{reduced} - SSE_{full}) / (k - q)}{SSE_{full} / n - k - 1}, (r = k - q)$$

เมื่อ q คือตัวแปรอิสระใน reduce model

เขตปฏิเสธ H_0 เมื่อ $F > F_{\alpha, (k-q, n-k-1)}$

ตารางที่ 6 การทดสอบความแปรปรวน ANOVA ด้วย Partial F Test กรณีมีตัวแปรอิสระเพียง 3 ตัว

Model	Sum of Squares	df	Mean Square	F
Regression	SSR	k	MSR=SSR/k	MSR/MSE
X_1	$SSR(X_1)$	1	$MSR(X_1) = SSR(X_1)/1$	$MSR(X_1)/MSE(X_1)$
$X_2 X_1$	$SSR(X_2 X_1)$	$r=k-q$	$MSR(X_2 X_1) = SSR(X_2 X_1)/r$	$MSR(X_2 X_1)/MSE(X_1, X_2)$
$X_3 X_1, X_2$	$SSR(X_3 X_1, X_2)$	$r=k-q$	$MSR(X_3 X_1, X_2) = SSR(X_3 X_1, X_2)/r$	$MSR(X_3 X_1, X_2)/MSE(X_1, X_2, X_3)$
Error	SSE	$n-k-1$	$MSE = SSE/(n-k-1)$	
Total	SST	$n-1$		

แต่ถ้าต้องการทดสอบ β_j เพียงตัวเดียว คือ $H_0 : \beta_j = 0$ ก็ใช้สถิติ t-test เช่นเดิม

คือ $t = \frac{b_j}{S_{b_j}}$

9.6 สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์สเปียร์แมน (The Spearman Rank Difference Method)

ในการวิเคราะห์สหสัมพันธ์สำหรับข้อมูลที่เป็นแบบจัดลำดับ หรือกรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีจำนวนน้อย ($N < 30$) การแจกแจงไม่เป็นโค้งปกติ สามารถใช้การวิเคราะห์สหสัมพันธ์สเปียร์แมนคำนวณค่าสหสัมพันธ์ออกมาได้ มีสูตรในการคำนวณสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์สเปียร์แมน (r_s) คือ

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum D^2}{N(N^2 - 1)}$$

เมื่อ r_s = สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์สเปียร์แมน

$\sum D^2$ = ผลรวมกำลังสองของผลต่าง

N = จำนวนคู่ในการเรียงลำดับ

ตารางที่ 7 สรุปการตั้งค่าสมมติฐาน เขตวิกฤต และการใช้สูตรการทดสอบในกรณีต่าง ๆ

กรณีที่	สมมติฐานว่าง	สมมติฐานแย้ง	เขตปฏิเสธ H_0
I. การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย			
1	ประชากร 1 กลุ่มเทียบค่าคงที่		
	$H_0 : \mu = \mu_0$	$H_1 : \mu > \mu_0$	$t > t_\alpha$
	สถิติทดสอบ: $t = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$	$H_1 : \mu < \mu_0$	$t < -t_\alpha$
	$df = n - 1$	$H_1 : \mu \neq \mu_0$	$ t > t_{\alpha/2}$
2	ประชากร 2 กลุ่มอิสระ		
	$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$	$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > d_0$	$t > t_\alpha$
	ถ้า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ สถิติทดสอบ:	$H_1 : \mu_1 - \mu_2 < d_0$	$t < -t_\alpha$
	$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - d_0}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$		
	$df = n_1 + n_2 - 2$	$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$ t > t_{\alpha/2}$
	ถ้า $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ สถิติทดสอบ:		
	$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - d_0}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$	$df = v = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}}$	
3	ประชากร 2 กลุ่มเทียบคู่		
	$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$	$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > d_0$	$t > t_\alpha$
	สถิติทดสอบ: $t = \frac{\bar{d} - d_0}{S_d/\sqrt{n}}$	$H_1 : \mu_1 - \mu_2 < d_0$	$t < -t_\alpha$
	$df = n - 1$	$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$ t > t_{\alpha/2}$
4	ค่าเฉลี่ยหลาย ๆ คู่ในเวลาเดียวกัน		
	$H_0 : \mu_i = \mu_j$	$H_1 : \mu_i \neq \mu_j ; i \neq j$	$LSD > t_{\alpha/2}$
	สถิติทดสอบ:		
	$LSD = t_{\frac{\alpha}{2}, n-k} \sqrt{MSE \left[\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right]}$	$df = n - k$	

ตารางที่ 7 (ต่อ) สรุปการตั้งค่าสมมติฐาน เขตวิกฤต และการใช้สูตรการทดสอบในกรณีต่าง ๆ

กรณีที่	สมมติฐานว่าง	สมมติฐานแย้ง	เขตปฏิเสธ H_0
5	ประชากรมากกว่า 2 กลุ่ม $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$ สถิติทดสอบ: $F = \frac{MST_{tt}}{MSE}$	$H_1 : \mu_i \neq \mu_j$ อย่างน้อย 1 คู่ df = k-1, n-k	$F > F_{\alpha; k-1, n-k}$
II. การเปรียบเทียบค่าความแปรปรวน			
1	ค่าความแปรปรวน 2 ประชากร $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ สถิติทดสอบ: $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$ เมื่อ $S_1^2 > S_2^2$, df = $n_1 - 1, n_2 - 1$ หรือ $F = \frac{S_2^2}{S_1^2}$ เมื่อ $S_2^2 > S_1^2$	$H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ $H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$ $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ df = $n_2 - 1, n_1 - 1$	$F > F_{\alpha; n_1-1, n_2-1}$ $F > F_{\alpha; n_2-1, n_1-1}$ $F > F_{\alpha/2; n_1-1, n_2-1}$ หรือ $F > F_{\alpha/2; n_2-1, n_1-1}$
2	ค่าความแปรปรวนมากกว่า 2 ประชากร $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2$ สถิติทดสอบ: $B_c = B^*/C$, df = n-1 $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2$ สถิติทดสอบ:	$H_1 : \sigma_i^2 \neq \sigma_j^2$ อย่างน้อย 1 คู่ $H_1 : \sigma_i^2 \neq \sigma_j^2$ อย่างน้อย 1 คู่	$B_c > \chi^2_{\alpha}$ $W > F_{\alpha; k-1, n-k}$
$W = \frac{(N-k) \sum_{i=1}^k N_i (\bar{Z}_{i.} - \bar{Z}_{..})^2}{(k-1) \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{N_i} (Z_{ij} - \bar{Z}_{i.})^2}$ df = k-1, n-k			
III. การเปรียบเทียบสัดส่วนประชากร k ประชากรเท่ากับสัดส่วนที่คาดไว้หรือไม่			
1	ภาวะสารูปสนิทธิ (Goodness of Fit Test) $H_0 : p_1 = p_{10}, \dots, p_k = p_{k0}$ สถิติทดสอบ: $\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$ มี df = k - 1	$H_1 : p_i \neq p_{i0}$	$\chi^2 > \chi^2_{\alpha, k-1}$

ตารางที่ 7 (ต่อ) สรุปการตั้งค่าสมมติฐาน เขตวิกฤต และการใช้สูตรการทดสอบในกรณีต่าง ๆ

กรณี	สมมติฐานว่าง	สมมติฐานแย้ง	เขตปฏิเสธ H_0
2	ความเป็นอิสระกันระหว่างลักษณะสองลักษณะ (Testing for Independence of two Categorical Variable) สำหรับข้อมูลที่จำแนกสองทาง หรือสองตัวแปร หรือสองลักษณะ		
	H_0 : ลักษณะทั้งสองลักษณะเป็นอิสระกัน	H_1 : ลักษณะทั้งสองลักษณะไม่เป็นอิสระกัน	$\chi^2 > \chi^2_{\alpha, (r-1)(c-1)}$
	สถิติทดสอบ: $\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$	มี df = (r-1)(c-1)	
IV. การทดสอบในสมการถดถอย			
1	การทดสอบค่าคงที่ β_0		
	$H_0 : \beta_0 = 0$	$H_1 : \beta_0 \neq 0$	$ t > t_{\alpha/2, n-k-1}$
	สถิติทดสอบ: $t = \frac{a - \beta_0}{S_a}$	มี df = n-k-1	
2	การทดสอบสัมประสิทธิ์ β_i ที่ละตัว		
	$H_0 : \beta_i = 0$	$H_1 : \beta_i \neq 0$	$ t > t_{\alpha/2, n-k-1}$
	สถิติทดสอบ: $t = \frac{b_i - \beta_i}{S_{b_i}}$	มี df = n-k-1	
3	การทดสอบ β_i หลายตัว โดยใช้การทดสอบความแปรปรวนจากตาราง ANOVA		
	$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$	$H_1 : \beta_i \neq 0; i = 1, 2, \dots, k$	$F > F_{\alpha, (k, n-k-1)}$
	สถิติทดสอบ: $F = \frac{MSR}{MSE}$	มี df = k, n-k-1	
4	การทดสอบสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Test of Correlation)		
	$H_0 : \rho = 0$	$H_1 : \rho \neq 0$	$ t > t_{\alpha/2, n-2}$
	สถิติทดสอบ: $t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$	มี df = n-2	

บรรณานุกรม

- กานดา พูนลาภทวี.2530. สถิติเพื่อการวิจัย. กรุงเทพฯ: ฟิสิกส์เซ็นเตอร์.
- กัลยา วานิชย์บัญชา. 2542. การวิเคราะห์ข้อมูลด้วย SPSS for Windows. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ :
โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- _____. 2549. การใช้ SPSS for Windows ในการวิเคราะห์ข้อมูล. พิมพ์ครั้งที่ 9. กรุงเทพฯ : ธรรม
สาร.
- _____. 2550. การวิเคราะห์สถิติ : สถิติสำหรับการบริหารและวิจัย. พิมพ์ครั้งที่ 10. กรุงเทพฯ :
ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- กัลยา ณี คุณมี . 25 38. สถิติสำหรับ เศรษฐศาสตร์และธุรกิจ .พิมพ์ครั้งที่ 3.กรุงเทพฯ : คณะ
เศรษฐศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ฉัตรศิริ ปิยะพิมพ์ลลิตี. 2544 . บทความสถิติ. เมษายน-กุมภาพันธ์ 2544. Available.
<http://www.watpon.com>.
- ไชยยศ เรืองสุวรรณ. 2526. เทคโนโลยีทางการศึกษา: หลักการ และแนวปฏิบัติ. กรุงเทพฯ: วัฒนา
พานิช.
- _____. 2533. เทคโนโลยีการสอน: การออกแบบและพัฒนา. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: โอเดียนส
โตร์.
- _____. 2533. เทคโนโลยีการศึกษา: ทฤษฎีและการวิจัย. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์, ข.
- _____. 2546. เทคโนโลยีการศึกษา: ทฤษฎีและการวิจัย. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.
- ชวลิต ชูกำแพง. 2550. การประเมินการเรียนรู้. มหาสารคาม: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- ชวาล แพร์ตกุล. 2516. เทคนิคการวัดผล. กรุงเทพฯ: วัฒนาพานิช.
- _____. 2524. การทดสอบเพื่อค้นและพัฒนาสมรรถภาพ . กรุงเทพฯ: สำนักงานทดสอบทาง
การศึกษาและจิตวิทยา คณะวิจัยการศึกษา วิทยาลัยการศึกษาประสานมิตร.
- ชูศรี วงศ์รัตน์. 2534. สถิติเพื่อการวิจัย. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์เจริญพร.
- _____. 2541. เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย. พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพฯ: เทพนมมิตรการพิมพ์.
- _____. 2544. เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย . กรุงเทพฯ : ภาควิชาการวัดผลและวิจัยการศึกษา
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- _____. 2550. เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย. พิมพ์ครั้งที่ 10. นนทบุรี : ไทเนรมิตกิจ อินเตอร์
โปรเกรสซิฟ.
- ชานินทร์ ศิลป์จารุ. 2551. การวิจัยและวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติด้วย SPSS. พิมพ์ครั้งที่ 9. กรุงเทพฯ:
บิสซิเนสอาร์แอนด์ดี.

- ธีระศักดิ์ ลักษณะวิลาส . 2546. การพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เพื่อวิเคราะห์ข้อสอบและแบบสอบถามบนระบบปฏิบัติการวินโดวส์. กรุงเทพฯ: วิทยานิพนธ์ (ค.อ.ม.), สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.
- นงนุช วรรณนวะ. 2536. การนำคอมพิวเตอร์เข้ามาใช้ในระบบการศึกษาของโรงเรียน . กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นงลักษณ์ วิรัชชัย. 2543. “การวิจัยเพื่อพัฒนาการเรียนการสอน : การวิจัยปฏิบัติการของครู”. น. 21-48. ใน พิสมัย จารุจิตติพันธ์ (บรรณาธิการ). จัดพิมพ์เนื่องในโอกาสเกษียณอายุราชการ.
- นริศรา เอี่ยมคณิตชาติ . 2547. การใช้คอมพิวเตอร์คัดเลือกคำตอบที่เหมาะสม ของฐานข้อมูลแบบลัมพันธ์. เชียงใหม่: ภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- นภาพร สิงห์ทนต์. 2531. การพัฒนาชุดการสอนรายบุคคลเพื่อเสริมสมรรถภาพการวิจัยสำหรับครูและบุคลากรทางการศึกษาประจำการ . กรุงเทพฯ: ปริญญานิพนธ์การศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ , มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.
- นิตารัตน์ ศิลปเดช . 2542. เอกสารประกอบการสอนระเบียบวิธีวิจัยทางสังคมศาสตร์เบื้องต้น . กรุงเทพฯ: สถาบันราชภัฏธนบุรี.
- บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์ . 2526. การทดสอบแบบอิงเกณฑ์: แนวคิดและวิธีการ. กรุงเทพฯ : ภาควิชาพื้นฐานการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- _____. 2527. การทดสอบแบบอิงเกณฑ์: แนวคิดและวิธีการ. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.
- บุญชม ศรีสะอาด. 2537. การพัฒนาการสอน. กรุงเทพมหานคร : สุวีริยาสาส์น.
- _____. 2543. การวิจัยเบื้องต้น. พิมพ์ครั้งที่ 6. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- _____. 2543. การวิจัยทางการวัดผลและประเมินผล. กรุงเทพฯ: ชมรมเด็ก.
- _____. 2545. การวิจัยเบื้องต้น. พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- _____. 2545. วิธีการสร้างสถิติสำหรับการวิจัย. พิมพ์ครั้งที่ 6. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- _____. 2546. การวิจัยสำหรับครู. กรุงเทพฯ: ชมรมเด็ก.
- _____. 2547. วิธีการทางสถิติสำหรับการวิจัย. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- บุญชม ศรีสะอาด และบุญส่ง นิลแก้ว. 2535. การวิจัยเบื้องต้น. พิมพ์ครั้งที่ 6. มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- บุญชม ศรีสะอาด และมนตรี อนันต์รักษ์. 2549. เอกสารประกอบวิชา 504702 การสร้างเครื่องมือในการวิจัย. มหาสารคาม : ภาควิชาการวิจัยและพัฒนาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- บุญธรรม จิตต์อนันต์. 2536. การวิจัยทางสังคมศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: สำนักส่งเสริมและฝึกอบรม, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

- บุญเรียง ขจรศิลป์. 2543. **วิธีวิจัยทางการศึกษา**. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: พี.เอ็น.การพิมพ์.
- _____. 2545. **สถิติวิจัย I**. พิมพ์ครั้งที่ 8. กรุงเทพฯ: พี.เอ็น.การพิมพ์.
- _____. 2549. **สถิติวิจัย I**. พิมพ์ครั้งที่ 9. กรุงเทพฯ : ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- บุหลัน เจนร่วมจิต. 2547. **การพัฒนาระบบคลังข้อสอบ โดยใช้โปรแกรมจัดการฐานข้อมูล สำหรับวิทยาลัยอาชีวศึกษานครราชสีมา**. นนทบุรี: วิทยานิพนธ์ (ศษ.ม.), มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ประคอง วรรณสูตร. 2523. **สถิติศาสตร์ประยุกต์สำหรับครู**. พิมพ์ครั้งที่ 6. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
- _____. 2538. **สถิติเพื่อการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์**. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- _____. 2542. **สถิติเพื่อการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์ (ฉบับปรับปรุงแก้ไข)**. กรุงเทพฯ: พิมพ์ครั้งที่ 3. ด้านสุทธาการพิมพ์.
- ปราณี ทองคำ. 2539. **เครื่องมือวัดทางการศึกษา**. ปัตตานี: มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์.
- ผกาวิดี ศิริรังษี. 254 8. **การวิเคราะห์ข้อมูล =Data Analysis การประยุกต์สถิติในงานวิจัย**. กรุงเทพฯ: พระจอมเกล้าพระนครเหนือ.
- เผชิญ กิจระการ. ม.ป.ป. **ดัชนีประสิทธิผล Effectiveness Index**. ม.ป.ท.
- _____. 2542. **การวิจัยและทฤษฎีเทคโนโลยีการศึกษา**. พิมพ์ครั้งที่ 2. มหาสารคาม: ภาควิชาเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- _____. 2544. “การวิเคราะห์ประสิทธิภาพสื่อและเทคโนโลยีเพื่อการศึกษา (E1/E2)” **การวัดผล การศึกษามหาวิทยาลัยมหาสารคาม**. 7(7): 44-51; กรกฎาคม.
- _____. 2544. “การวิเคราะห์หาประสิทธิภาพสื่อและเทคโนโลยีเพื่อการศึกษา”. **วารสารการวัดผลการศึกษามหาวิทยาลัยมหาสารคาม**. กรกฎาคม 2544: 49-50.
- _____. 2544. “ดัชนีประสิทธิผล ”. **วิธีการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์** . กรกฎาคม 2544: 30-36.
- เผชิญ กิจระการ และสมนึก ภัททิยธานี. 2545. “ดัชนีประสิทธิภาพและดัชนีประสิทธิผล ”. **วารสารการวัดผลการศึกษา**. ปีที่ 8 (6): 31-51; กรกฎาคม.
- _____. 2545. “ดัชนีประสิทธิผล” **วารสารการวัดผลการศึกษา**.มหาวิทยาลัยมหาสารคาม. 7(1): 31-36; กรกฎาคม.
- _____. 2545. “ดัชนีประสิทธิผล”. **เอกสารประกอบการสอน**. หน้า 1–6. มหาสารคาม: ภาควิชาเทคโนโลยีการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

- _____. 2546. “ดัชนีประสิทธิผล (Effectiveness Index: E.I.)”. การวัดผลการศึกษา. มหาวิทยาลัยมหาสารคาม. หน้า 31-34.
- _____. 2549. ทฤษฎีและวิธีการวิจัยทางเทคโนโลยีการศึกษา. มหาสารคาม: ภาควิชาเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- พจน์ สะเพียรชัย. มปป. เครื่องมือการวัดผล. เอกสารประกอบการบรรยาย (อัดสำเนา).
- พัชรินทร์ แซ่เฮ้. 2544. การพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการวิเคราะห์ห่อภิมานตามแนวคิดของกลาส. กรุงเทพฯ : วิทยานิพนธ์ (ค.ม.), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เพ็ญแข แสงแก้ว. 2541. การวิจัยทางสังคมศาสตร์. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.
- ไพฑูรย์ เวทการ. 2536. การประเมินผลและการสร้างแบบทดสอบ. ลำปาง: ภาควิชาทดสอบและวิจัยทางการศึกษา วิทยาลัยลำปาง.
- ไพโรจน์ ตีรณนากุล. 2530. สถิติเพื่อการวิจัยทางการศึกษา. กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.
- เพิ่มพร เขียรถาวร. 2529. การประเมินผลและการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน . ภาควิชาทดสอบและวิจัยการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ วิทยาลัยครูลำปาง.
- พวงรัตน์ ทวีรัตน์. 2530. การสร้างและพัฒนาแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- ไพศาล หวังพานิช. 2526. การวัดผลการศึกษา. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
- พีระพล ศิริวงศ์. 2546. โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการสอนวิชาการวิเคราะห์เชิงตัวเลข. อุบลราชธานี: คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันราชภัฏอุบลราชธานี.
- พิศิษฐ ตันทาวณิช. 2547. สถิติเพื่องานวิจัยทางการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: บิ๊ก พอยท์.
- พิศมัย หาญมงคลพิพัฒน์. 2550. หลักสถิติ1. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- ภาควิชาสถิติ. 2549. หลักสถิติ1. กรุงเทพฯ: คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- ภัทรา นิคมานนท์. 2525. การประเมินผลและการสร้างแบบทดสอบ. กรุงเทพฯ: อักษรบัณฑิต.
- _____. 2538. การประเมินผลการเรียน. กรุงเทพฯ : อักษราพิพัฒน์.
- มหาสารคาม, มหาวิทยาลัย. 2546. พื้นฐานการวิจัยการศึกษา. กอปลินธุ์ : ประสานการพิมพ์.
- ยุทธพงษ์ กัยวรรณ. 2543. พื้นฐานการวิจัย. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- เยาวดี วิบูลย์ศรี. 2540. การวัดผลและการสร้างแบบสอบสัมฤทธิ์. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- รัตนา ศิริพานิช . 2537. สถิติและการวิจัยการศึกษา . กรุงเทพฯ : คณะศิลปศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.
- ระพีพันธ์ โพธิ์ศรี. 2549. สถิติเพื่อการวิจัย. กรุงเทพฯ: ด่านสุทธาการพิมพ์.
- รวีวรรณ ชินะตระกูล. 2533. คู่มือการทำ วิจัยทางการศึกษา. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.

- ล้วน สายยศ . เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น, 2543.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ . 2522. สถิติวิทยาทางการศึกษา . พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: วัฒนาพานิช.
- _____. 2539. สถิติและการวิจัยการศึกษา. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์โอเดียนสโตร์.
- _____. 2539. เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- _____. 2542. การวัดด้านจิตพิสัย. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- วิเชียร เกตุสิงห์. 2530. หลักการสร้างและวิเคราะห์เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
- วิญญา วิศาลาภรณ์. 2530. การสร้างแบบทดสอบ. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.
- วัฒนา สุนทรชัย. 2547. การวิเคราะห์เครื่องมือวิจัยและการวิเคราะห์ข้อสอบ. กรุงเทพฯ : วิทยพัฒน์.
- _____. 2551. เรียนสถิติด้วย SPSS ภาคความรู้เบื้องต้น. กรุงเทพฯ: วิทยพัฒน์.
- วินัย โพธิ์สุวรรณ. 2538. การพัฒนาโปรแกรมสำเร็จรูปทางด้านสถิติเบื้องต้น. บทคัดย่อ.
- วิราพร พงศ์อาจารย์. 2525. การวัดและประเมินผลการศึกษา. พิษณุโลก: สองแควการพิมพ์.
- วิรัชช พานิชวงศ์. 2549. การวิเคราะห์การถดถอย . พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ : ศูนย์ผลิตตำราเรียนสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.
- วาโร เฟ็งสวัสดิ์. 2551. วิธีวิทยาการวิจัย. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- _____. 2552. รายวิชาหลักการวัดและประเมินผลการศึกษา . คณะครุศาสตร์ สถาบันราชภัฏสกลนคร. (Online) http://www.geocities.com/nincoo/new_page_3.htm.
- ศักดิ์สิทธิ์ วัชรารัตน์. 2550. เอกสารประกอบการสอน รหัสวิชา 1204-1303 วิชาคอมพิวเตอร์กับงานสำนักงาน เรื่อง MICROSOFT OFFICE EXCEL 2007. วิทยาลัยสารพัดช่างพิษณุโลก. (อัดสำเนา)
- ศุภลักษณ์ ส่งตระกูล. 2547. การพัฒนาและหาประสิทธิภาพโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เพื่อใช้ในการจัดตารางปฏิบัติงานบนเครือข่ายคอมพิวเตอร์. กรุงเทพฯ: วิทยานิพนธ์ (ค.อ.ม.), สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.
- ศิริลักษณ์ สุวรรณวงศ์. 2538. ทฤษฎีและเทคนิคการสุ่มตัวอย่าง. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.
- สุชาดา กิระนันท์. 2542. ทฤษฎีและวิธีการสำรวจตัวอย่าง . กรุงเทพฯ: ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุนันท์ สังข์อ่อน. 2526. สื่อการสอนและวัดกรรมทางการศึกษา. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.
- สุวัฒนา สุวรรณเขตนิกม. 2538. “แนวคิดและรูปแบบเกี่ยวกับการวิจัยในชั้นเรียน ”. น. 6-11. ใน ถัดดา ภูเกียรติ. (บรรณาธิการ). เส้นทางสู่การวิจัยในชั้นเรียน. กรุงเทพฯ: บริษัทบพิตรการพิมพ์.

- _____. 2540. “แนวคิดและรูปแบบเกี่ยวกับการวิจัยในชั้นเรียน”. **แบบแผนและเครื่องมือการวิจัยทางการศึกษา**. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ส.วาสนา ปรวาลพฤกษ์. 2544. **หลักการและเทคนิคการประเมินทางการศึกษา**. กรุงเทพฯ: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป.
- เสาวณีย์ สิกขาบัณฑิต. 2528. **เทคโนโลยีทางการศึกษา**. กรุงเทพฯ: สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.
- สมนึก ภัททิยชนี. 2537. **การวัดผลการศึกษา**. กอพลินธุ์: ประสานการพิมพ์.
- _____. 2541. **การวัดผลการศึกษา**. พิมพ์ครั้งที่ 2. กอพลินธุ์: ประสานการพิมพ์.
- _____. 2544. **การวัดผลการศึกษา**. มหาสารคาม: ภาควิชาวิจัยและพัฒนาศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- _____. 2546. **การวัดผลการศึกษา**. กอพลินธุ์: ประสานการพิมพ์.
- สมนึก ภัททิยชนี และคณะ. 2548. **พื้นฐานการวิจัยการศึกษา**. มหาสารคาม : ภาควิชาการวิจัยและพัฒนาศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- สมหวัง พิธิยานุวัฒน์. 2534. **คุณภาพงานวิจัยเพื่อพัฒนาศึกษา**. เอกสารการวิจัยทางการศึกษา **อันดับที่ 107/2534**. กองวิจัยทางการศึกษา กรมวิชาการ. (อัดสำเนา)
- โสพล สุขานนท์สวัสดิ์. 2545. **การพัฒนาโปรแกรมสำหรับการทดสอบแบบปรับเหมาะตามระดับความสามารถของผู้สอบโดยใช้คอมพิวเตอร์**. พิษณุโลก: วิทยานิพนธ์ (กศ.ม.), มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- อังคณา สายยศ. 2525. “การกำหนดคะแนนจุดตัดของแบบทดสอบอิงเกณฑ์”, **วารสารการวัดผลการศึกษา**. 3(มกราคม-เมษายน 2525), 183-186.
- _____. 2526. “การเขียนข้อสอบอิงเกณฑ์”. **วารสารการวัดผลการศึกษา**. 4(มกราคม-เมษายน 2526.), 25-36.
- _____. 2533. **เอกสารประกอบการอบรมเรื่องการวัดผลแบบอิงเกณฑ์ (วัดผล8)**. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร, คณะศึกษาศาสตร์.
- _____. 2536. “การวิเคราะห์ข้อสอบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในเชิงปฏิบัติ : อิงกลุ่ม, อิงเกณฑ์, อัตนัย และ ICC”, **วารสารการวัดผลการศึกษา**. 14(43) (พฤษภาคม – สิงหาคม 2536), 15-38.
- อุทุมพร จามรมาร. 2531. **การสร้างและการพัฒนาเครื่องมือวัดลักษณะผู้เรียน**. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: พันนี้พับลิชชิ่ง.
- _____. 2537. **การทำวิจัยเชิงสำรวจ**. กรุงเทพมหานคร: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- _____. 2537. **การวิจัยของครู**. กรุงเทพฯ: ห้างหุ้นส่วนจำกัดพันนี้พับลิชชิ่ง สวณดุสิต.

อนันต์ ศรีโสภณ. 2524. การวัดและการประเมินผลการศึกษา. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
_____. 2525. การวัดผลการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.

เว็บไซต์

<http://en.wikipedia.org/wiki/Statistics>

<http://tulip.bu.ac.th/~wathna.s/grading/grade1.htm>

<http://tulip.bu.ac.th/~wathna.s/item.htm>

<http://web.uccs.edu/lbecker/SPSS/content.htm>

<http://www1.graphpad.com/welcome.htm>

<http://www.biology.ed.ac.uk/research/groups/jdeacon/statistics/tress1.html>

<http://www.gseis.ucla.edu/courses/ed230bc1/default.html>

<http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda35a.htm>

<http://www.medcalc.be/manual/index.php>

http://www.micquality.com/six_sigma_glossary/index.htm

<http://www.ou.edu/class/jmc3333/data.htm>

<http://www.ozgrid.com/>

<http://www.statisticssolutions.com/>

<http://www.statsoftinc.com/textbook/streliab.html>

<http://www.statsoft.com>

<http://www.sut.ac.th/e-texts/Social/ProjectCAI/>

<http://www.une.edu.au/home.html>

<http://www.union.edu/welcome.html>

<http://www.uvm.edu/>

http://www.wadsworth.com/psychology_d/special_features/ext/workshops/reliability2.html